

# Untersuchung der Träger auf ausbalancirten Mittelstützen.

Von

Ingenieur **F. Telohmann.**

(Mit Zeichnungen auf Blatt Nr. 35.)

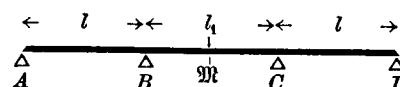
Nachdem Herr Baurath Fränkel im „Civil-Ingenieur“ 1876, Seite 21, ein Verfahren der Untersuchung des Sprengwerkes von drei gleichen Feldern gegeben hat, und in der „Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines“ 1876 die Träger auf balancirten Stützen analytisch durch Herrn Melan und graphisch durch Herrn Professor Steiner behandelt wurden, ist die Technik in der Lage, alle Fragen, welche bei der Untersuchung eines solchen Trägers aufgeworfen werden können, zu beantworten. Der Verfasser der folgenden Arbeit präten-dirt daher nicht, in Bezug auf Resultate Neues zu bringen, wohl aber ist er der Ansicht, dass das folgende graphische Verfahren der Untersuchung der Träger auf ausbalancirten Mittelstützen wegen seiner Einfachheit dazu beitragen könnte, der Praxis die Anwendung der Theorie zu erleichtern.

Die Untersuchung beschäftigt sich mit Trägern auf vier symmetrisch angeordneten Stützen, von denen die beiden mittleren eine solche Beweglichkeit in verticaler Richtung besitzen, dass beim Auftragen einer beliebigen Last die Erhebung und die Stützenreaction der einen gleiche Grösse hat, respective mit der Einsenkung und Stützenreaction der andern. Die Untersuchung gilt für Träger von constantem Trägheitsmomente, welche im spannungslosen Zustande mit den vier Stützen in Berührung bleiben würden. Die Endstützen sind befähigt, auch nach unten gerichtete Reactionen zu äussern, wenn solche erforderlich sind, um ein Abheben des Trägers von der Stütze zu verhindern.

Constructionen, welche genannten Bedingungen entsprechen, sind insbesondere die Hänge- und Sprengwerke. Setzt man die Verbindung im Stabsysteme  $EBCF$  des Sprengwerkes (Fig. 1) und im Stabsysteme  $AEDF$  des Hängewerkes (Fig. 2) derart voraus, dass die Stäbe an ihren Enden frei drehbar sind, also keine Biegemomente aufnehmen können, und macht man die fernere Annahme — welche durch die Beobachtung der Praxis bestätigt ist — dass die geometrische Figur der Stabsysteme beim Auftragen eines beliebigen Lastensystemes nur unbedeutend verändert wird, so folgt, dass für jede Belastungsweise in den Punkten  $B$  und  $C$  des Sprengwerkes, und in den Punkten  $E$  und  $F$  des Hängewerkes die Stabsysteme gleiche Verticalkräfte erfahren, denn andernfalls könnten sie sich nicht im Gleichgewichte befinden. Setzt man endlich die Theile der Stabsysteme als starr voraus, so ist ersichtlich, dass der Streckbalken  $AD$  sich unter den oben angegebenen Verhältnissen befindet. Er verhält sich insofern verschieden von einem continuirlichen Träger auf vier Stützen von gleicher und constanter Höhenlage, als bei einer beliebigen Belastung die eine Mittelstütze sich so lange aufwärts und die andere so lange abwärts bewegt, bis die Gleichheit der Drücke in  $B$  und  $C$  erreicht ist. Die Grösse des Weges der Punkte  $B$  und  $C$  ist abhängig von der

Elasticität des Materials des Streckbalkens und (wie schon angedeutet wurde) erfahrungsgemäss sehr klein.

Der zu untersuchende Balken sei durch die Skizze



schematisch dargestellt, und es bezeichne  $v = l : l_1$ .

Aufgabe der Untersuchung ist es, ein Verfahren zu ermitteln, mittelst dessen man bei beliebiger Belastung des Trägers zu den Werthen der Stützendrücke, der Momente ( $M$ ) und Transversalkräfte ( $V$ ) in den Querschnitten des Trägers gelangen kann. Wenn es sich darum handelt, bei symmetrischer Belastungsweise des Trägers (z. B. durch das Eigengewicht) die genannten Werthe anzugeben, so wird man einfacher statt des unten folgenden Verfahrens die Theorie der continuirlichen Träger auf gleich hohen Stützen verwenden.

Im weiteren Sinne soll es Aufgabe der Untersuchung sein, für ein über den Träger schreitendes Lastensystem die eminenten Werthe der Stützendrücke und in allen Querschnitten des Trägers die eminenten Werthe der Momente und Transversalkräfte anzugeben. Die Aufgabe ist als gelöst anzusehen, wenn die Construction der Influenzcurven der Stützendrücke und für jeden Querschnitt des Trägers die Construction der Influenzcurven der  $M$  und  $V$  gefunden ist. Wegen der Symmetrie des Trägers reducirt sich nun die Aufgabe darauf, anzugeben die Construction der Influenzcurve:

- I. des Auflagerdruckes  $B$ ,
  - II. des Auflagerdruckes  $A$ ,
  - III. der Transversalkräfte ( $V$ )
  - IV. der Momente ( $M$ )
- } für alle Querschnitte von  $A$  bis  $M$ .

Aus der Natur der Mittelstützen des Trägers folgt, dass beim Auffahren der Last  $P$  auf den Träger dieselben Drücke  $B$  und  $C$  entstehen werden, welche ein symmetrisch von rechts und links auffahrendes Lastenpaar  $\frac{P}{2} \frac{P}{2}$  hervorruft; denn erzeugt die Last  $\frac{P}{2}$  den Druck  $\frac{B}{2}$ , so wird der Stützendruck zu  $B$ , wenn man ein zweites  $\frac{P}{2}$  aufträgt entweder in der Lage des ersten  $\frac{P}{2}$  oder symmetrisch zu dieser Lage. Im letzteren Falle werden beim Auftragen der zweiten Last  $\frac{P}{2}$  die Mittelstützen wieder um so viel gesenkt, respective gehoben, als sie durch Wirkung der ersten Last  $\frac{P}{2}$  gehoben, respective gesenkt wurden, so dass also nach Aufbringen des zweiten  $\frac{P}{2}$  die vier Stützen des Trägers wieder gleiche Höhenlage haben. Der Stützendruck  $B$  ( $= C$ ), welchen eine Last  $P$  erzeugt, kann demnach bestimmt werden als der Stützendruck  $B$  ( $= C$ ), welcher im continuirlichen Träger  $ABCD$  auf gleich hohen Stützen durch Wirkung der Kraft  $\frac{P}{2}$  in der Lage

von  $P$ , und einer zweiten Kraft  $\frac{P}{2}$ , die symmetrisch zur ersten gelegen ist, hervorgerufen wird. Wenn man beim symmetrischen Vorschreiten des Lastenpaares  $\frac{P}{2} \frac{P}{2}$  stets den der jedesmaligen Stellung der Lasten entsprechenden Auflagerdruck  $B$  über der Darstellung des Trägers auf der Lage von  $\frac{P}{2}$  aufträgt, so erhält man hiermit die unter I genannte Influenzcurve. Aus dieser wird sich die unter II ergeben und mit Verwendung der Influenzcurven unter I und II ergeben sich die unter III und IV.

### I. Construction der Influenzcurve des Auflagerdruckes $B$ .

Wie schon ausgesprochen, wird diese Influenzcurve gewonnen als die Influenzcurve der  $B$  im continuirlichen Träger bei Wirkung des symmetrischen Lastenpaares  $\frac{P}{2} \frac{P}{2}$ . Sub I darf man sich also unter dem behandelten Balken stets einen continuirlichen Träger auf gleich hohen Stützen vorstellen.

Vorerst ist zu construiren die Influenzcurve der  $M_B$  im Querschnitte über der Stütze  $B$  beim Vorschreiten des Lastenpaares  $\frac{P}{2} \frac{P}{2}$ .

(Bei der folgenden Entwicklung ist Bezug genommen auf die Vorträge des Herrn Baurath Mohr über continuirliche Träger.)

Wenn die Stützen eines continuirlichen Trägers von constantem Trägheitsmomente in einer Horizontalen liegen, so erfüllt die Darstellung der Momente die Bedingung, dass die Momentenflächen zweier benachbarter Felder, als Belastungsflächen aufgefasst, in der die beiden Felder trennenden Stütze den Auflagerdruck  $o$  hervorrufen. Der Beweis hierfür ist mit Hilfe des für die Träger von constantem Trägheitsmomente specialisirten Mohr'schen Satzes zu führen: die Momentenfläche, als Belastungsfläche aufgefasst, gibt als Seilpolygon die elastische Linie. Hiernach ergibt das Gleichgewicht der Kräfte am Seilstück des  $n^{\text{ten}}$  und  $(n+1)^{\text{ten}}$  Feldes die Momentengleichungen (Fig. 3):

$$0 = -S o, + \int_0^{l'} M dx, x,$$

$$0 = -S o'', - \int_0^{l''} M dx, x'',$$

durch Subtraction:

$$0 = \frac{1}{o,} \int_0^{l'} M dx, x, + \frac{1}{o''} \int_0^{l''} M dx, x'',$$

$$o, : o'' = l, : l'',$$

$$0 = \frac{1}{l,} \int_0^{l'} M dx, x, + \frac{1}{l''} \int_0^{l''} M dx, x'',$$

diese Gleichung ist der Ausdruck des obigen Satzes.

Die Momente über der Stütze  $B$  ändern sich nach verschiedenen Gesetzen, je nachdem sich das Lastenpaar in den äusseren Feldern oder im mittleren Felde bewegt.

Für diese beiden Fälle zeigen die Fig. 4 und 5 die Darstellungen der Momente.

Dass die Momentenflächen die skizzierte Form haben müssen, ist leicht einzusehen: man denke den Träger über den Stützen durchschnitten, so ist die Darstellung der auftretenden Momente gebildet durch die Dreiecke  $AEB$  und  $CFD$ , respective durch das Trapez  $BGHC$ . Sind  $a, b, c, d$  die Stützendrucke für den durchschnittenen Träger, und  $A, B, C, D$  die Stützendrucke für den continuirlichen Balken, so ist vorerst klar, dass, da sowohl  $a, b, c, d$  als auch  $A, B, C, D$  mit dem Lastenpaare  $\frac{P}{2} \frac{P}{2}$  ein Gleichgewichts-System bilden, auch die Stützendrucke  $(A - a), (B - b), (C - c), (D - d)$  ein Gleichgewichts-System bilden müssen; und ferner ist ersichtlich, dass aus der Darstellung der Momente im durchschnittenen Träger die Darstellung der Momente im continuirlichen Träger resultirt, wenn man zur ersteren die Momentenfläche algebraisch hinzufügt, welche den Kräften  $(A - a), (B - b), (C - c), (D - d)$  entspricht. Diese Momentenfläche muss wegen des alleinigen Vorhandenseins concentrirter Kräfte eine geradlinige Figur und wegen der Symmetrie des Trägers und der Belastung ein Trapez  $(AB, CD)$  sein. Das Vorzeichen der durch dieses Trapez dargestellten Momente ist das negative, was schon daraus ersichtlich ist, dass über den Stützen  $B$  und  $C$  keine positiven Momente auftreten können. (Die Momente sollen positiv oder negativ heissen, je nachdem die Concavität der elastischen Linie nach oben oder nach unten gelegen ist.)

Der Auflagerdruck der negativen Trapezfläche in der Stütze  $B$  ist:

$$-\left(\frac{2}{3} \frac{l M_B}{2} + \frac{1}{2} M_B l_1\right) = -M_B \frac{1}{6} (2l + 3l_1).$$

Dieser Werth muss, absolut genommen, gleiche Grösse haben mit dem Auflagerdrucke, welchen das Dreieck  $AEB$  (Fig. 4) respective das Trapez  $BGHC$  (Fig. 5) in der Stütze  $B$  erzeugt.

Die Höhe des Dreieckes ist:

$$\frac{P}{2} \frac{l-x}{l} x,$$

und die Abscisse seines Schwerpunktes:

$$\frac{1}{2} l + \frac{1}{3} \left(x - \frac{l}{2}\right) = \frac{l+x}{3};$$

die Bedingungsgleichung lautet also:

$$M_B \frac{1}{6} (2l + 3l_1) = \frac{P}{2} \frac{l-x}{l} x \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l+x}{3} \cdot \frac{1}{l},$$

$$M_B = \frac{P x (l-x) (l+x)}{2 l (2l + 3l_1)} = c \frac{l+x}{l} = c \left(1 + \frac{x}{l}\right) \quad (1).$$

Hierin bezeichnet  $c$  die Ordinate einer Parabel über  $A B$  von der Pfeilhöhe:

$$p = \frac{P}{2} \frac{\frac{l}{2} \left(l - \frac{l}{2}\right)}{2l + 3l_1} = \frac{P}{8} \frac{l}{2 + 3 \frac{1}{v}} \quad (2).$$

Aus der Parabel entsteht die Influenzcurve der  $M_B$ , wenn ihre Ordinaten um  $\frac{x}{l}$  verlängert werden. Die graphische Ausführung dieser Operation ist in Fig. 6 angedeutet.

Die Höhe des Trapezes (Fig. 5) ist  $\frac{P}{2}x$ , und die Bedingungsgleichung lautet:

$$M_B \frac{1}{6} (2l + 3l_1) = \frac{1}{2} \frac{P}{2} x \frac{l_1 + (l_1 - 2x)}{2}$$

$$M_B = \frac{3}{2} P \frac{x (l_1 - x)}{2l + 3l_1} \dots \dots \dots 3).$$

Die Influenzcurve der  $M_B$  für das Mittelfeld gibt also eine Parabel über  $BC$  von der Pfeilhöhe

$$p_1 = \frac{3}{2} P \frac{\frac{l_1}{2} \left( l_1 - \frac{l_1}{2} \right)}{2l + 3l_1} = \frac{3}{8} P \frac{l_1}{3 + 2\nu} \dots \dots \dots 4).$$

Mit Benützung der so gewonnenen Curve der  $M_B$  gelangt man zur Influenzcurve des Auflagerdruckes  $B$ :

Für jede Lage des Lastensystemes  $\frac{P}{2} \frac{P}{2}$  besteht die Gleichung:

$$2A + 2B - 2 \frac{P}{2} = 0,$$

$$Bl = \frac{P}{2} l - Al.$$

Für  $Al$  ergeben sich die Alternativwerthe, je nachdem das Lastenpaar sich im ersten und dritten oder im zweiten Felde bewegt, aus den Momentengleichungen für den Punct  $B$ :

$$M_B = Al - \frac{P}{2} (l - x),$$

$$M_B = A.l,$$

wobei die Richtung des Stützendruckes  $A$  von unten nach oben und  $M_B$  positiv vorausgesetzt ist.

Diese Werthe von  $Al$  substituirt und  $M_B$  numerisch eingeführt, gibt:

$$Bl = \frac{P}{2} x + M_B,$$

$$Bl = \frac{P}{2} l + M_B.$$

Nach Anleitung dieser Gleichungen ist aus der Darstellung der  $M_B$  durch Hinzufügen des Linienzuges  $AB_1C_1D$  die  $l$ -fach vergrößerte Darstellung der  $B$  gewonnen. (Fig. 7.)

Es ist:

$$BB_1 = CC_1 = \frac{P}{2} l.$$

Nach vorausgegangener Bemerkung ist die Darstellung 7) zugleich die Influenzfläche des  $l$ -fach vergrößerten Auflagerdruckes  $B$  für das Schreiten der Last  $P$  über den zu untersuchenden Träger.

Zeichnet man nun die Influenzcurve der  $B$  in der gewohnten Weise über einer Darstellung des Trägers (wie in

Fig. 7 punctirt angegeben), so ist jetzt bekannt, dass diese Curve sich zusammensetzt aus:

1. einem Parabelstück über der Geraden  $B_1C_1$ , welche von  $BC$  den Abstand  $\frac{P}{2}$  hat. Die Pfeilhöhe des Parabelsegmentes ist nach Gleichung 4):

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{p_1}{l_1} = \frac{3}{8(3+2\nu)} P \dots \dots \dots 5);$$

2. einer Curve dritter Ordnung, welche über der Geraden  $AB_1$  und  $DC_1$  symmetrisch zur Mitte des Trägers liegt und welche punctweise nach der Construction der Fig. 6 zu gewinnen ist.

Die Durchführung dieser Construction erfordert die Berechnung des Werthes:

$$\mathfrak{P} = \frac{p}{l} = \frac{1}{8 \left( 2 + 3 \frac{1}{\nu} \right)} \dots \dots \dots 6).$$

Es ist wünschenswerth, sich davon zu überzeugen, dass die Curve der  $B$  in den Puncten  $B_1$  und  $C_1$  ohne Knick verläuft:

Die trigonometrische Tangente der die Parabel im Puncte  $B_1$  berührenden Geraden hat den Werth:

$$\frac{2 \mathfrak{P}_1}{\frac{1}{l_1}} = \frac{3}{2(3+2\nu)} \frac{1}{l} P.$$

Die Gleichung der Curve  $AB_1$  lautet für den Punct  $A$  als Coordinaten-Anfangspunct nach Anleitung von Gleichung 1):

$$y = \frac{P}{2} \frac{x}{l} + \frac{P}{2} \frac{x(l-x)(l+x)}{l^2(2l+3l_1)} \dots \dots \dots 7),$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P}{2l} + \frac{P}{2} \frac{1}{l^2(2l+3l_1)} (l^2 - 3x^2) \dots \dots \dots 8).$$

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=1} = \frac{P}{2l} \left( 1 - \frac{2l}{2l+3l_1} \right) = \frac{P}{2l} \frac{3l_1}{2l+3l_1};$$

die Uebereinstimmung dieses Werthes mit dem obigen Ausdruck für die Tangente beweist die Continuität der Curve in  $B_1$ .

Es ist nach Obigem bekannt, wie man auf graphischem Wege zu jedem Puncte der Curve der  $B$  gelangen kann. Für praktische Bedürfnisse dürfte es indess gestattet sein, das Verfahren der Gewinnung der Curve abzukürzen, indem man nach Construction des Parabelstückes  $B_1C_1$  sich begnügt, nur je zwei Puncte in den Curven  $AB_1$  und  $C_1D$  genau anzugeben und im Uebrigen diese Curven nach Augenmass einzuzichnen. Es seien zwei solche Puncte festzulegen:

Die Gleichung der Curve  $AB_1$  — wenn die Abscissen auf der Horizontalen  $AB$  und die Ordinaten zwischen der Geraden  $AB_1$  und der Curve  $AB_1$  gemessen werden — lautet nach 7), nachdem noch  $\alpha = x:l$  eingeführt ist:

$$z = P \frac{\alpha(1-\alpha)(1+\alpha)}{2 \left( 2 + 3 \frac{1}{\nu} \right)},$$

der Maximalwerth der Ordinate  $z$  tritt nach 8) ein für die Abscisse

$$x' = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0.577 l, \\ \alpha = 0.577;$$

die Ordinate selbst hat den Werth:

$$z_{\max} = z' = \frac{1}{10.39 + 15.59 \frac{1}{v}} P,$$

für

$$x'' = \frac{x'}{2} = 0.289 l$$

wird die Ordinate

$$z'' = \frac{1}{15.12 + 22.67 \frac{1}{v}}.$$

Ist speciell  $l_1 = l$ , so wird

$$z' = 0.038 P, \\ z'' = 0.026 P.$$

In allen Fällen der Praxis wird man im Stande sein, genügend genau die Curve der  $B$  zu zeichnen, nachdem man die Berechnung der Werthe  $\mathfrak{P}_1$ ,  $z'$ ,  $z''$  vorgenommen, die erhaltenen Grössen an betreffender Stelle aufgetragen und die Richtung der Tangenten in den Puncten  $B_1$  und  $C_1$  und in den Endpunkten der Ordinaten  $\mathfrak{P}_1$  und  $z'$  angegeben hat.

(Bei grösserem  $l_1$  wird man ausserdem über  $B_1$ ,  $C_1$  mit Hilfe von  $\mathfrak{P}_1$  die Parabel construiren.)

## II. Darstellung der Influenzfläche des Auflagerdruckes $A$ des vorgelegten Balkens für die Belastung durch die Kraft $P$ .

Für jede Lage der Last  $P$  auf dem Balken besteht bezüglich des Punctes  $D$  die Momentengleichung:

$$0 = A(2l + l_1) + 2B \frac{2l + l_1}{2} - P(2l + l_1 - x) \\ A = P - \left( B + P \frac{x}{2l + l_1} \right).$$

Man erhält also aus der Fläche der  $B$  durch Ziehen der Geraden  $A_1 D$  die Fläche der  $A$ . (Fig. 8.)

## III. Darstellung der Influenzfläche der Transversalkräfte für die Querschnitte zwischen $A$ und $M$ .

Für jeden Querschnitt  $E$  zwischen  $A$  und  $B$  ist die Transversalkraft, hervorgerufen durch die Einzellast  $P$ , so lange sich  $P$  zwischen  $A$  und  $E$  bewegt:

$$V_E = A - P,$$

und wenn  $P$  zwischen  $E$  und  $D$  angreift:

$$V_E = A.$$

Die Influenzfläche der Transversalkräfte für einen zwischen  $A$  und  $B$  liegenden Querschnitt hat also die Form der Fig. 9.

Für jeden Querschnitt  $E$  zwischen  $B$  und  $M$  ist die Transversalkraft, so lange sich  $P$  zwischen  $A$  und  $E$  bewegt:

$$V_E = (A + B) - P,$$

und wenn  $P$  zwischen  $E$  und  $D$  wirkt:

$$V_E = A + B,$$

das heisst für jeden zwischen  $B$  und  $M$  liegenden Querschnitt geben die Geraden der Fig. 10 die Influenzcurven der  $V_E$ . Sie sind unabhängig vom Verhältnisse  $v$ , sie bleiben dieselben, auch wenn  $v = 0$  wird, das heisst, wenn der Balken nur auf zwei Stützen ( $A$  und  $D$ ) auflagert.

## IV. Darstellung der Influenzcurven der Momente für die Querschnitte zwischen $A$ und $M$ .

Für jeden Querschnitt  $E$  zwischen  $A$  und  $B$ , der von  $A$  die Entfernung  $e$  hat, ist das Moment, hervorgerufen durch die Einzellast  $P$ , so lange sich  $P$  zwischen  $A$  und  $E$  befindet:

$$M_E = A e - P(e - x) \text{ oder } \frac{M_E}{e} = A - P \frac{e - x}{e},$$

und wenn die Einzellast zwischen  $E$  und  $D$  wirkt:

$$\frac{M_E}{e} = A,$$

das heisst, nachdem in der Darstellung der  $A$  die Linie  $A E_1$  gezogen ist, gibt die Figur die Influenzfläche der  $M_E$  in  $\frac{1}{e}$ tel Verkleinerung. (Fig. 11.)

Für jeden Querschnitt  $E$  zwischen  $B$  und  $M$ , der von  $A$  die Entfernung  $e$  hat, ist das Moment, so lange die Einzellast zwischen  $A$  und  $E$  angreift:

$$M_E = A e - P(e - x) + B(e - l),$$

$$\frac{M_E}{l} = (A + B) \frac{e}{l} - B - P \frac{e - x}{l},$$

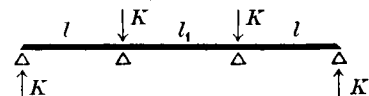
und wenn die Last zwischen  $E$  und  $D$  wirkt:

$$M_E = A e + B(e - l),$$

$$\frac{M_E}{l} = (A + B) \frac{e}{l} - B,$$

das heisst, nachdem man nach Fig. 12 und 13 die Länge  $P$  im Verhältnisse  $e : l$  vergrössert und die Linien  $A_1 D$  und  $A_1 E_1$  gezogen hat, erhält man die Influenzfläche der  $M_E$  in  $\frac{1}{l}$ tel Verkleinerung. (Fig. 12 und 13.)

Ist eine Spannweite  $L = 2l + l_1$  von einem in der besprochenen Weise unterstützten Balken zu überbrücken, so wird man, wenn thunlich, danach streben, das Maximal-Bieugungsmoment herabzuziehen, und zwar so weit herabzuziehen, bis im Träger zwei, oder unter Umständen drei Maximal-Bieugungsmomente — also von gleicher absoluter Grösse — entstehen. Um dies zu erreichen, hat man zwei Mittel: erstens die Wahl des Verhältnisses  $v$  und zweitens das künstliche Hervorrufen zweier symmetrischer Kräftepaare  $K K$ ,  $K K$ ; deren Moment sei  $K l = M_k$ . Der Sinn der Kräftepaare sei so vorausgesetzt, dass sie im Balken positive Momente erzeugen, und sollen solche Kräfte  $K$  das positive Vorzeichen haben.



Die Momente, welche durch Wirkung dieser beiden Kräftepaare, und die, welche durch Wirkung einer gleich-

förmig über den Balken vertheilten Eigenlast ( $p$  Kilogramm per laufenden Meter) hervorgerufen werden, sind in Fig. 14 dargestellt. Die Summe beider Momente in den Stützen  $B$  und  $C$  sei mit  $M'$  bezeichnet:

$$M' = M_k - M_p \dots \dots \dots 9),$$

worin  $M_p$  das Moment über der Stütze  $B$  herrührend von der Eigenlast bezeichnet und numerisch einzuführen ist.

Die drei Querschnitte, in welchen die Biegemomente bei entsprechender Wahl von  $v$  und  $M_k$  durch Wirkung der permanenten und mobilen Last denselben Maximalwerth erreichen können, werden die in Fig. 14 mit  $N$ ,  $B$  und  $M$  bezeichneten sein; die in ihnen statthabenden Maximal-Biegemomente seien mit  $M_{+max}$ ,  $M_{-max}$  und  $M_{lmax}$  bezeichnet.

Wird die Untersuchung für eine gleichförmig verbreitete mobile Last ( $q$  Kilogramm per laufenden Meter) geführt, so wird man die Basis  $P$  der Darstellung gleich der Belastung  $q$  wählen, oder wenn das nicht geschehen ist, den Kräftemasstab so ändern, das die Länge  $P$  die Last  $q$  Kilogramm darstellt. Führt man dann nach Fig. 8 und 13 die Flächenbezeichnungen ein (die stets positiv zu verstehen sind)  $A_{max}$ ,  $A_{min}$ ,  $F_+$ ,  $F_-$ , so hat man:

$$M_{+max} = \left( A_{max} - q \frac{x}{2} \right) x + p \frac{l}{2} x - p \frac{x^2}{2} + M' \frac{x}{l} = \left( A_{max} + p \frac{l}{2} + \frac{M'}{l} \right) x - \frac{p+q}{2} x^2;$$

der Werth  $x$  ergibt sich aus

$$\frac{dM_{+max}}{dx} = \left( A_{max} + p \frac{l}{2} + \frac{M'}{l} \right) - (p+q)x = 0,$$

$$x = \frac{A_{max} + p \frac{l}{2} + \frac{M'}{l}}{p+q}.$$

Nach Substitution dieses Werthes erhält man:

$$M_{+max} = \frac{\left[ l \left( A_{max} + p \frac{l}{2} \right) + M' \right]^2}{[2 l^2 (p+q)]} = \frac{(H + M')^2}{J} \dots 10),$$

worin

$$H = l \left( A_{max} + p \frac{l}{2} \right) \dots \dots \dots 11),$$

$$J = 2 l^2 (p+q)$$

Für den Querschnitt  $B$  ist das Maximal-Biegemoment seinem absoluten Werth nach

$$M_{-max} = A_{min} \cdot l - M' \dots \dots \dots 12)$$

und es wird nun gefordert, dass

$$M_{+max} = M_{-max}$$

das heisst:

$$(H + M')^2 = J (A_{min} l - M').$$

Die Auflösung dieser Gleichung nach  $M'$  ergibt

$$M' = - \left( H + \frac{J}{2} \right) + \sqrt{J \left( H + \frac{J}{4} + A_{min} \cdot l \right)} \dots 13).$$

Hieraus ist, wenn  $v$  angenommen,  $M'$  zu berechnen.

Es ist nun zu wünschen, dass von allen möglichen Werthen  $v$  der angenommene derjenige ist, für welchen  $M_{+max} = M_{-max}$  zum Minimum wird.

Bei extremen Werthen von  $v$  kann es vorkommen, dass

$$M_{lmax} > \begin{cases} M_{+max} \\ M_{-max} \end{cases}.$$

Alsdann hat der nach Gleichung 13) zu berechnende Werth von  $M'$  im Allgemeinen keine Bedeutung mehr.

Die beiden eminenten Werthe von  $M_{lmax}$  sind:

$$M_{lmax} = \begin{cases} F_+ l + \left( \frac{1}{8} p l_1^2 + M' \right) \\ 2 F_- l - \left( \frac{1}{8} p l_1^2 + M' \right) \end{cases} \dots 14),$$

der grössere von diesen beiden Werthen — absolut genommen — sei mit  $(M_{lmax})$  bezeichnet; die Gleichung 13) behält also nur so lange Bedeutung, als:

$$(M_{lmax}) \leq \begin{cases} M_{+max} \\ M_{-max} \end{cases}.$$

Was die Flächen  $A_{max}$ ,  $A_{min}$ ,  $F_+$ ,  $F_-$  anbetrifft, so repräsentiren deren Ausdrücke Kräfte, sie bilden also ein Product aus Belastung und Länge.

Hat man den Längen- und Kräftemasstab eingeführt:  $1^{mm}$  der Zeichnung entspricht  $\lambda$  Millimeter am Objecte,  $1^{mm}$  der Zeichnung entspricht  $k$  Kilogramm, so berechnet sich nach Fig. 8 angenähert:

$$A_{max} = \frac{a^{mm}}{1000} \lambda \frac{q^{mm}}{2} k, \quad A_{min} = \frac{2}{3} \frac{b}{1000} \lambda n^{mm} k,$$

und nach Fig. 13 mathematisch genau:

$$F_+ = l_1 \frac{1}{2} \left( \frac{q}{2} \frac{1}{2} l_1 \right) - \frac{2}{3} l_1 \mathfrak{P}_1,$$

und nach Einführung der Massstäbe:

$$F_+ = \frac{l_1^{mm}}{1000} \lambda k \left( \frac{1}{8} q^{mm} - \frac{2}{3} \mathfrak{P}_1^{mm} \right),$$

$$F_- = \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} l \cdot \mathfrak{P} \right) = \frac{l^{mm}}{1000} \lambda \mathfrak{P}^{mm} k.$$

(Denn denkt man sich in Fig. 6 über  $AB$  eine Parabel verzeichnet mit der Pfeilhöhe  $2 \mathfrak{P}$ , so ist leicht einzusehen, dass die Abstände dieser Parabel von der  $M_B$ -Curve gleiche Grösse haben mit den symmetrisch gelegenen Abständen der  $M_B$ -Curve von der Parabel mit der Pfeilhöhe  $\mathfrak{P}$ , das heisst, die Fläche, welche von der äusseren Parabel und der  $M_B$ -Curve eingeschlossen wird, hat gleiche Grösse mit der Fläche, welche die  $M_B$ -Curve und die innere Parabel einschliessen. Hieraus erhellt die Richtigkeit der obigen Gleichung für  $F_-$ .)

Genauer kann man nun für  $A_{max}$  und  $A_{min}$  schreiben:

$$A_{max} = \frac{1}{2} q \frac{L \cdot 2 l}{L + 2 l} - F_- + f_1,$$

worin  $\frac{L \cdot 2 l}{L + 2 l}$  der Werth der Abscisse ist des Schnittpunctes der Geraden  $AB_1$  mit  $D A_1$ :

$$A_{min} = \frac{1}{2} b q \left( \frac{1}{2} - \frac{l}{L} \right) + F_- + f_1,$$

worin  $q \left( \frac{1}{2} - \frac{l}{L} \right)$  der Ausdruck ist für den oberhalb der Linie  $D A_1$  liegenden Theil der Geraden  $CC_1$ .

Die Länge  $b$  und die Flächen  $f_1$  und  $f_2 = \frac{2}{3} (b - l) v$  sind aus der Figur zu entnehmen.

Man ersieht, dass, wenn nur gefordert ist die Angabe des Maximal-Biegemomentes im Träger und des Werthes  $M'$ , das Zeichnen nur der Parabel über  $B_1 C_1$  nöthig ist.

Die Grösse der künstlich zu erzeugenden Kräfte  $K$  ergibt sich nach 9):

$$K = \frac{M' + M_p}{l},$$

worin  $M'$  den nach 13) berechneten Werth und  $M_p$  nach der Theorie der continuirlichen Träger den Werth hat:

$$M_p = \frac{1 + v^3}{4(3 + 2v)} p l_1^2.$$

Jene Theorie gibt ferner für den Auflagerdruck in der Stütze  $B$ , welchen der durch sein Eigengewicht belastete Balken erzeugt:

$$B = \frac{(1 + v)(1 + 5v + 5v^2)}{4v(3 + 2v)} p l_1.$$

Der Auflagerdruck des nur durch sein Eigengewicht beanspruchten und unter Wirkung der Kräfte  $K$  stehenden Balkens ist also in den Mittelstützen:

$$R = B - K.$$

Diese Kraft  $R$  muss man also in den Puncten  $B$  und  $C$  von unten nach oben hin wirkend anbringen (so lange sich  $R$  positiv ergibt). Bei Verwendung von Schrauben zur Hervorbringung dieses Druckes wird man das Drehmoment zu berechnen haben, welches an der Schraubenmutter wirksam sein muss, damit im Bolzen die Spannung  $R$  entstehe.

## Ueber den Einfluss der Compression auf die Oekonomie der Dampfmaschinen.

Von

**A. Vávra,**

Ingenieur in Althütten.

(Mit Zeichnungen auf Blatt Nr. 36.)

Ein Gegenstand von grosser Bedeutung für den Dampfmaschinen-Besitzer und von hohem Interesse für den Constructeur ist der schädliche Raum der Dampfmaschinen; denn derselbe hat nicht nur einen entscheidenden Einfluss auf die Construction, sondern auch auf die Oekonomie und den Gang der Dampfmaschinen.

Seit Corliss durch seine Dampfmaschine und die damit erzielten ökonomischen Resultate die Aufmerksamkeit der Maschinenbauer auf den schädlichen Raum gelenkt hatte, wurden von verschiedenen Constructeuren mannigfache Anordnungen vorgeschlagen und getroffen, um den Verlust an Dampf, der durch den schädlichen Raum entsteht, zu beheben oder wenigstens zu mildern.

Zu diesem Zwecke wurde: 1. der schädliche Raum möglichst klein gemacht und so der Verlust direct vermindert; oder 2. es wurde ein Theil des ausströmenden Dampfes vor Beendigung des Kolbenlaufes im Cylinder wieder eingeschlossen, im schädlichen Raume comprimirt und so für den nachfolgenden Schub aufbewahrt.

Das Bestreben der Constructeure, einen möglichst kleinen schädlichen Raum zu erhalten, führte auf ziemlich complicirte und beim Betrieb unbequeme Anordnungen. Die natürliche Folge dessen war die, dass man denselben Zweck durch Anwendung der Compression, ohne jedoch über den Werth oder Unwerth derselben im Klaren zu sein, zu erreichen bemüht war.

Ueber diesen Einfluss sind bereits zahlreiche, theoretische Untersuchungen angestellt worden; doch sämtliche leiden an dem beträchtlichen Uebelstande, dass die Resultate derselben von denen der Wirklichkeit entschieden abweichen; denn alle sind aus nur rein theoretischen Bedingungen des Mariotte'schen und Poisson'schen Gesetzes oder der mechanischen Wärmetheorie abgeleitet, und keine von ihnen stützt sich auf eingehende, zu diesem Zwecke speciell angestellte Indicator- und Verdampfungs-Versuche.

Nun aber folgt der Dampf, wenn er während der Compression im Cylinder eingeschlossen ist, weder dem einen, noch dem anderen Gesetze, sondern die indicirte Dampfcurve hat einen ganz anderen Verlauf, als den, welchen die obgenannten Gesetze verlangen, weil der Dampf bei der Compression vielen Einflüssen unterliegt, die das physikalische Naturgesetz desselben wesentlich modificiren.

Von diesen Nebeneinflüssen wirken bekanntlich am mächtigsten: das Entweichen des comprimierten Dampfes um den Dampfkolben in die Atmosphäre oder in den Condensator; das Zuströmen des frischen Dampfes aus dem Schieberkasten unter dem Schieber oder unter den Ventilen in den Compressionsraum; das Verdampfen des dem Dampfe beigemengten Wassers, respective das Ueberhitzen des Dampfes am Anfange und die Condensation desselben zum Schlusse der Compression.

Dieser letztere Einfluss ist wieder von einer andern Intensität bei Maschinen mit Condensation als bei denen ohne Condensation; anders bei Maschinen mit Dampfmänteln als bei denen mit einer blossen Cylinder-Umhüllung von schlechten Wärmeleitern.

Diese Einflüsse müssen in dem wirklichen Compressions-Gesetze wieder gefunden werden.

Die wichtigeren der theoretischen Arbeiten, von denen eine jede den Gegenstand auf Grund eines anderen Gesetzes behandelt, rühren von J. Voelckers\*), Dwelshauvers-Derry\*\*) und Dr. G. Zeuner\*\*\*) her.

Den Untersuchungen Voelckers' liegt das Poisson'sche Gesetz und theilweise, jedoch im geringen Grade, auch Indicator-Versuche für kleine Compressionsgrade zu Grunde.

Voelckers gelangt zu der Ansicht, dass die Compression wohl nutzbringend ist, dass aber der Nutzen höchstens 5% betragen könne, wogegen die Gefahr entgegensteht, dass bei einer reducirten Admissions-Spannung

\*) J. Voelckers, „Der Indicator“. Berlin 1863. Seite 54 u. f.

\*\*) V. Dwelshauvers-Derry, „Ueber die Bewegungs-Mechanismen“. Revue universelle des mines etc. Liège. Tome XXXIV. 20. année, pag. 113 u. f.

\*\*\*) Dr. Gustav Zeuner, „Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie“. Leipzig 1877. (2. Abdruck.) Seite 482 u. f.

der Schieber durch den comprimierten Dampf von dem Schieberspiegel abgehoben werden kann, wodurch ein unbe-rechenbarer Dampfverlust entstehen würde.

Mit Rücksicht auf diesen kleinen Nutzen und die bedeutende Gefahr empfiehlt Voelckers, die Compression möglichst klein zu halten.

Dwelshauvers-Derry basirt seine Berechnungen auf das einfache Mariotte'sche Gesetz, welches er für die Compression sowohl als auch für die Expansion als zutreffend annimmt, und gelangt unter Annahme grösserer Dampfcylinder zu dem Schlusse, dass der Einfluss des schädlichen Raumes ganz behoben wird, wenn die comprimire Dampfspannung auf die Höhe der Admissions-Spannung gebracht wird.

Diese Vortheile werden aber durch die höheren Anschaffungskosten der (grösseren) Maschine, namentlich der des Schwungrades, und durch den vergrösserten todtten Widerstand der Maschine zum Theile wieder compensirt.

Professor Zeuner gelangt in seiner mechanischen Wärmetheorie, Seite 506, zu einer ähnlichen Ansicht wie Dwelshauvers-Derry. Und obzwar er bei der Ermittlung des Compressionsgrades, bei dem der Einfluss des schädlichen Raumes ganz behoben wird, die Arbeit, welche der im schädlichen Raume comprimire Dampf bei der nachfolgenden Expansion wieder verrichtet, gänzlich unberücksichtigt lässt, und eine kleinere Total-Leistung der Maschine per Schub als ohne Anwendung der Compression voraussetzt, das heisst bei der Compression grössere Cylinder anwendet, so empfiehlt er doch, den Dampf bis zur Kesselspannung zu comprimiren.

Jedoch auch diese Entwicklungen der mechanischen Wärmetheorie sind sonst nicht bestimmt genug. Dieselben setzen nämlich bei Anfang der Compression eine ganz bestimmte specifische Dampfmenge voraus. Die dem comprimierten Dampfe beigemengte Wassermenge lässt sich aber direct nicht messen, sondern sie muss in einem jeden Falle annähernd angenommen werden. Dies führt schon a priori auf falsche Resultate. Ausserdem bleibt diese Dampfmenge während der ganzen Compression nicht constant, sondern sie ist je nach dem Einflusse der Cylinder-Wandungen veränderlich. Wie diese Veränderlichkeit mit der Dampfspannung bei einer beliebigen Kolbenposition zusammenhängt, darüber gibt die mechanische Wärmetheorie ebenfalls keinen Aufschluss. Da es aber leichter ist, das Resultat selbst, nämlich die Veränderlichkeit der Spannung des Dampfes bei beliebigen Kolbenpositionen, als die einzelnen Ursachen derselben, von denen eine jede für sich und manche, wie die Temperatur-Function der Wandungen, überhaupt gar nicht bestimmt werden können, aus genauen und zahlreichen Indicator-Diagrammen abzuleiten, so empfiehlt es sich, das thatsächliche Compressions-Gesetz des Dampfes auf diesem Wege zu bestimmen.

Wiewohl auch diese Methode keine, für eine jede Maschine gleich scharf begrenzten Resultate liefert, so ist dieselbe dennoch den übrigen vorzuziehen, weil diese der Wirklichkeit direct entnommen werden, also für dieselbe wieder am besten passen.

Die bisherige Praxis, wenigstens die der stabilen Dampfmaschinen, neigte sich vorwiegend zu der Voelckers'schen Ansicht; aber nicht so sehr aus dem Grunde, dass die von Voelckers ausgesprochene Befürchtung vor massenhaftem Dampfentweichen durchaus berechtigt wäre, sondern vielmehr aus dem Umstande, dass die bisher beliebte und als die „erfahrungsmässig“ günstigste Kolbengeschwindigkeit zu klein war, so dass man bei einer nur mässig gesteigerten Compression keinen ruhigen, sanften Gang der Maschine erzielen konnte.

Bei schnellgehenden Maschinen, wie Locomotiven und selbst (englischen) Locomobilen, ist wohl die Compression seit jeher eingeführt worden. Bei den ersteren ergab sich dieselbe jedoch als ein nothwendiges Uebel der Coulissen-Steuerungen mit einem Schieber, welche auch als Expansions-Schieber für grössere Expansionsgrade angewendet wurden, theils als ein willkommenes Mittel, um die Kurbelzapfen von den gefährlichen Wirkungen der hin- und hergehenden beschleunigten Massen des Kolbens u. s. w. zu entlasten. Erst nach und nach verschafft sich die Meinung Eingang, dass der schädliche Raum in Verbindung mit der Compression doch nicht so schädlich sei, als man früher durchwegs angenommen hatte.

Mit Rücksicht auf alle diese Umstände ist wohl das Urtheil des Herrn Professors Zeuner\*) über den jetzigen Zustand der Compressions-Frage begründet, dass dieselbe doch noch nicht endgiltig entschieden worden ist. Es dürfte sich deshalb die Mühe lohnen, den Einfluss der Compression auf die Oekonomie der Dampfmaschinen aus genauen, zu diesem Zwecke speciell abgeführten Indicator-Versuchen, deren Resultate im Nachfolgenden wiedergegeben werden sollen, näher kennen zu lernen.

Es handelt sich also vor Allem darum, das thatsächliche Compressions-Gesetz, wie es bei den Dampfmaschinen vorkommt, zu bestimmen.

Dasselbe lässt sich am einfachsten durch die Rankine'sche Formel:

$$p v^k = \text{constant} \dots\dots\dots 1),$$

also conform mit dem Expansions-Gesetze ausdrücken, wo aber  $k$  einen anderen Werth als den der Expansion, welcher nach Rankine  $\mu = \frac{10}{9}$  ist, annimmt.

Bezeichnet  $\sigma$  den schädlichen Raum,  $\varepsilon_1$  den Grad der Compression, so betragen die, den beliebigen Lagen des Kolbens vor dem todtten Punkte  $y_1 + y_2$  zugehörigen indicirten Spannungen die Werthe  $p_1$  und  $p_2$ . Da aber nach der Gleichung 1)

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{\sigma + y_2}{\sigma + y_1} \right)^k$$

ist, so muss auch sein:

$$k = \frac{\log \left( \frac{p_1}{p_2} \right)}{\log \left( \frac{\sigma + y_2}{\sigma + y_1} \right)} \dots\dots\dots 2).$$

\*) Dr. Gustav Zeuner, „Die Schiebersteuerungen“. Leipzig 1874.

Bestimmt man also bei einer Maschine den auf den Cylinder-Querschnitt reducirten Betrag des schädlichen Raumes  $\sigma$ , so lässt sich aus den Verhältnissen  $\frac{p_1}{p_2}$ ,  $\frac{p_2}{p_3}$ , ... und den betreffenden Lagen des Kolbens

$$\frac{\sigma + y_2}{\sigma + y_1}, \frac{\sigma + y_3}{\sigma + y_2}, \dots$$

der Exponent  $k$  leicht finden.

Da das Verhältniss  $\frac{p_1}{p_2}$  auch für dieselben Lagen des Kolbens von dem Einflusse der warmen Cylinder-Wandungen, und von der jedesmaligen specifischen Dampfmenge abhängt, so ist es ersichtlich, dass  $k$  ein variabler Werth ist.

Da es aber schwer, ja unmöglich ist, zu bestimmen, welchen Einfluss auf diese Variabilität die Wandungen, welchen die dem Dampfe ursprünglich beigemengte Wassermenge und welchen das Zuströmen des frischen, respective Entweichen des comprimierten Dampfes ausübt, so ist es am besten, für eine und dieselbe Compressions-Curve die entsprechenden variablen Werthe  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  ... zu ermitteln und daraus den annähernden constanten Mittelwerth  $k$  zu nehmen; dann stimmt der Verlauf dieser Curve mit dem der indicirten ziemlich gut überein.

Solche constante Mittelwerthe sind aus einer grossen Anzahl von Indicator-Diagrammen, die von verschiedenen Maschinen-Systemen stammen, und bei welchen der schädliche Raum genau gemessen und der Kolben im guten Zustande gefunden wurde, berechnet und auf folgender Tafel zusammengestellt. Der schädliche Raum hat 4·4 bis 10·2% und die Compression 8 bis 20% des vom Kolben durchlaufenen Raumes betragen.

Tabelle I.

		$k$	
		Mittelwerth	Grenzen
1	Volldruck- und Expansions-Maschinen ohne Condensation mit Füllungen über die Hälfte des Cylinders und ohne jede Cylinder-Umhüllung; Admissions-Spannung 3 bis 3·5 <sup>ks</sup> absol. ....	1·232	1·0—1·30
2	Expansions-Maschinen ohne Condensation mit Füllungen $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{3}$ , mit einer sorgfältigen Cylinder-Umhüllung von Filz und Holz; Admissions-Spannung 4·5 bis 5 <sup>ks</sup> absol. ....	1·361	1·30—1·39
3	Condensations-Maschinen mit einer Füllung $\frac{1}{6}$ , dann Hochdruck-Cylinder der Woolfschen Maschinen mit einer guten Filz-Umhüllung des Cylinders, jedoch ohne Dampfmantel; Admissions-Spannung 5 bis 5·3 <sup>ks</sup> absol. ....	1·518	1·392—1·60
4	Dampfmaschinen ohne Condensation mit einem Dampfmantel und einer guten Filz-Umhüllung; Spannung 5 <sup>ks</sup> ....	1·691	1·621—1·762
5	Dampfmaschinen mit Condensation, mit Dampfmantel und Filz-Umhüllung....	—	—

Soll die Compression auf den Dampfverbrauch ökonomisch einwirken, so muss die am Ende des Hubes im com-

primierten Dampfe aufgespeicherte Arbeit grösser sein als die, welche zur Compression verwendet wurde.

Theoretisch ist dies eigentlich unmöglich; in der Wirklichkeit aber verhält sich die Sache folgendermassen.

Durch die Compression gewinnt man nicht nur den Dampf, der beim Anfang der Compression im Cylinder eingeschlossen ist, sondern auch den, der während der Dauer der Compression aus dem Schieberkasten auf dieser Seite des Cylinders in den Condensator oder in die Atmosphäre entweichen würde, wenn keine Compression vorhanden wäre.

Das Zuströmen des Dampfes geschieht continuirlich; deshalb tritt der schliesslich im schädlichen Raume comprimerte Dampf nicht auf dem ganzen Kolbenlaufe während der Compression als Widerstand auf, das heisst die zur Compression verwendete Arbeit ist kleiner als die, welche im comprimierten Dampfe enthalten ist.

Dies setzt wohl voraus, dass der gewonnene Dampf nicht wieder um den Kolben ganz entweicht.

Liesse man den so comprimierten Dampf wieder bis zum Gegendrucke, ja selbst nur in dem Raume, in welchem er comprimirt wurde, expandiren, so würde man aus der Differenz zwischen der Expansions- und der Compressions-Arbeit die gewonnene Arbeit erkennen.

Zweitens wird auch die Wärme, welche in den Cylinder-Wandungen enthalten ist, und von der ein Theil durch Ausstrahlung in den Condensator, respective in die Atmosphäre, wenn sie darin durch die Compression nicht gehindert wäre, verloren gehen würde, den Cylinder-Wandungen erhalten und braucht nicht bei der nachfolgenden Füllung neu ersetzt zu werden.

Diese letztere Wärme ist nicht total als Widerstand zu rechnen; denn ein Theil derselben, nämlich der, welcher als Temperatur der Wandungen erscheint und stetig noch erhöht wird, tritt gar nicht als Widerstand auf, weil er auf die Erhöhung der Spannung gar keinen Einfluss hat.

In Folge dessen ist die Spannung am Ende des Hubes und folglich auch der Widerstand vor dem Kolben immer ein kleinerer, als er nach der zurückgehaltenen Wärme und der Dampfmenge sein sollte. Und weil diese Wärme beim nachfolgenden Hube der Maschine zugute kommt, so wirkt die Compression auch in dieser Richtung vortheilhaft.

Die ökonomische Wirkung der Compression besteht also eigentlich darin, dass sie nicht nur den Dampfverbrauch herabsetzt, sondern auch, dass sie den Dampfverlust in doppelter Richtung vermindert und hierdurch den Einfluss des schädlichen Raumes unschädlich macht.

Der zuerst erwähnte Vorgang lässt sich auch graphisch darstellen und wird im Nachfolgenden, weil dies zum besseren Verständniss der Indicator-Diagramme beiträgt, erläutert.

Bei Dampfmaschinen mit einem guten Dampfkolben steigen die Spannungen nach der Compressions-Curve  $K$ , Diagramm 1 und Fig. 1, die sich mit Benützung der Tabelle I leicht verzeichnen lässt.



Die durch die Compression consumirte Arbeit ist zur Fläche  $a b c d$  direct proportional. Lässt man nun den Dampf von der erreichten Spannung  $p_1$  auf die ursprüngliche  $p_2$  wieder expandiren, so sinken die indicirten Spannungen nach der Rankine'schen Gleichung 1) oder nach der Curve  $M$ , die über der ersteren liegt. Die durch Expansion verrichtete Arbeit ist zur Fläche  $a_0 b c d_0$ , und der Gewinn zur Fläche  $a b g a_0$ , oder für denselben Kolbenlauf  $\varepsilon_1$ , zur Fläche  $a b g$  direct proportional.

Die Dampfspannung am Ende der Compression ist also eine solche, als ob die Compression eigentlich beim Punkte  $a_0$  anfangen und nach der Expansions-Gleichung fortschreiten würde.

Ist aber der Dampfkolben dampflässig, oder hat das im Compressions-Raume anwesende Condensations-Wasser das Uebergewicht über den Dampf, so ist der Werth des Exponenten  $k$  im Allgemeinen kleiner, gewöhnlich kleiner als 1.0, ja selbst gleich 0.5, und die Compressions-Spannungen steigen nach einer gegen die atmosphärische Linie mehr geneigten Curve  $K_1$ , Diagramm 2, Fig. 2. Die am Ende des Kolbenhubes erhaltene Spannung  $p'$ , ist kleiner als sie bei guten Maschinen vorkommt, ja selbst kleiner als sie nach dem Mariotte'schen Gesetze sein sollte.

Die zur Compression verwendete Arbeit  $a' b' c d$  ist dann grösser als  $a' b' c d'$ , nämlich die, welche der Dampf bei der nachfolgenden Expansion entwickeln könnte. In diesem Falle ist wohl die Compression schädlich, da die Differenz beider Flächen zum Arbeitsverluste direct proportional ist, und die in dem comprimierten Dampfe enthaltene Wärme nicht auf Erhöhung der Temperatur der Wandungen verwendet wird, sondern durch Entweichen des Dampfes um den Kolben oder durch Erwärmen des Condensations-Wassers ganz verloren geht.

Diese Compressions-Curve ist aber von der, welche sich in Folge abgekühlter Cylinder-Wandungen, wie bei den Niederdruck-Cylindern der Woolfschen Maschinen, oder in Folge Anwesenheit von einer grösseren Wassermenge beim schlecht angeordneten Auspuff oder ungenügendem Condensationswasser-Abfluss mitunter auch ganz bedeutend gegen die atmosphärische Linie neigt, wohl zu unterscheiden.

Gründliche Untersuchung des Dampfkolbens auf Dampflässigkeit gibt in zweifelhaften Fällen den besten Aufschluss über die Ursache der kleineren Steigung der Curve.

Schädlicher als diese während der ganzen Compression dauernde Dampflässigkeit ist die, welche erst gegen Ende des Hubes, und zwar plötzlich auftritt. Auf den Indicator-Diagrammen erkennt man sie durch verschiedene, augenblicklich sich ändernde Richtungen der Compressions-Curve. Siehe Diagramme 5, 6, 7 und 8. Die dem Spannungsverluste  $p_x - p_1$  entsprechende Dampfmenge, Diagramm 9, ist um den Kolben entwichen.

Dieser Pressungsverlust tritt bei lockeren Kolbenringen ein, wenn die beiderseitigen Spannungen ausgeglichen sind. Siehe Fig. 3. So lange nämlich der Druck hinter dem

Kolben  $p_m$  grösser ist als  $p_v$  vor dem Kolben, so lange werden die beiden Kolbenringe  $r$  und  $r_1$  gegen den Deckel  $d$  gepresst und die Compression geht vor dem Kolben ohne Anstand vor sich. Sobald aber der Druck  $p_v$  grösser ist als  $p_m$ , so werden die Ringe gegen den Deckel  $d_1$  gepresst, und von diesem Momente an entweicht der comprimerte Dampf in's Freie. Das Diagramm 5 stammt von einer solchen Maschine und bedarf keiner weiteren Erklärung.

Tritt bei einer Maschine der expandirende Dampf zu früh vor Beendigung des Kolbenlaufes aus dem Cylinder aus, so ist dieser Austritt bei lockeren Kolbenringen stets von einem Spannungsverluste im Compressions-Raume begleitet. Indicator-Diagramme, verbunden mit einer gründlichen Untersuchung, eventuell Reparatur des Maschinenkolbens, geben sicheren Aufschluss darüber. Siehe Diagramm 10.

Ein ähnlicher Fall tritt ein, wenn die Kolbenringe über die Kante  $k$  hinauslaufen. Fig. 4. Der Kolbenring  $r$  wird dabei von dem im schädlichen Raume herrschenden Drucke  $p_v$  zusammengedrückt, und der Dampf entweicht um den Ring und durch den Schlitz  $s$  in's Freie. Dadurch entstehen am Ende der Kolben-Diagramme verticale Linien  $m$ . Diagramm 5.

Ähnliche Linien entstehen durch Abheben des Vertheilungsschiebers von seinem Sitze bei schnellgehenden Volldruck-Maschinen, wenn das Eröffnen des Austrittschanals schnell geschieht und die Spannung des Auspuffdampfes nicht viel kleiner ist als die im Schieberkasten. Nach Anbringen einer starken Druckfeder auf dem Vertheilungsschieber verschwindet dieser Haken sofort, und kann nicht mit der früheren Ursache verwechselt werden. Siehe Diagramm 11.

Dieser schlechte Zustand des Dampfkolbens dürfte die Ursache sein, dass man mitunter bei diesbezüglichen Verdampfungsversuchen keine Vortheile der Compression gefunden hatte.

Dass die Vertheilungsschieber durch die hohe Compressions-Spannung von ihren Sitzen abgehoben werden, worauf Voelckers hauptsächlich hingewiesen, ist wohl richtig. Siehe Diagramm 11. Doch dies geschieht nicht bei Maschinen, deren Expansions-Mechanismus in rationellen Grenzen verstellbar ist; sondern nur bei Maschinen, die eine Füllung von Null bis volle Füllung erlauben, für gewöhnlich mit grosser Füllung, gedrosseltem Dampf und einer kleinen Geschwindigkeit arbeiten, welche Principien schon an und für sich nicht günstig wirken. Dampfmaschinen mit einem rationellen Betrieb geben selbst bei hoher Compression ganz reine Diagramme, wie Diagramm 12 zeigt.

Es zeigt sich also, und durch die weiteren Rechnungen wird dies noch deutlicher bestätigt, dass nicht das Princip, sondern eine mangelhafte Construction oder ein schlechter Zustand der Maschine, oder ein unrationeller Betrieb den Nutzen, welchen die Compression praktisch bietet, illusorisch machen können.

Den Grad der Compression, das heisst die Kolbenstellung, bei welcher der Abschluss des Rückdampfes im

Cylinder erfolgt, bestimmt man gewöhnlich nach folgenden Zwecken. Man treibt nämlich die Compression entweder so weit, bis

1. der Einfluss des schädlichen Raumes ganz behoben wird, oder

2. bis man mit einer bestimmten Dampfmenge per Schub,  $D$  Kilogramm, worunter der Dampfverbrauch sowohl als auch der Dampfverlust verstanden wird, ein Maximum von mittlerer indicirter Dampfspannung  $p_i$  Kilogramm erreicht, das ist bis das Verhältniss

$$\frac{p_i}{D} = \text{Maximum}$$

wird;

3. bis man einen möglichst ruhigen Gang der Maschine erreicht, oder bis die schliessliche Spannung des comprimierten Dampfes dem effectiven Drucke auf den Kurbelzapfen im todtten Punkte gleichkommt.

I. Um zu ermitteln, von welcher Grösse die Compression anzuwenden ist, damit hiedurch der Einfluss des schädlichen Raumes ganz beseitigt werde, dazu dienen folgende Betrachtungen:

Leistet eine Maschine ohne schädlichen Raum, die wir  $A$  nennen wollen,  $L$  Meter-Kilogramm Arbeit per Schub und verbraucht sie dazu  $D$  Kilogramm Dampf, so ist ihr ökonomischer Effect

$$\eta = \frac{L}{D} \dots \dots \dots 3).$$

Soll eine Maschine mit schädlichem Raume, die wir mit  $B$  bezeichnen, mit der Maschine  $A$  ökonomisch gleichwerthig sein, so muss ihr Effect  $\eta_1 = \eta$  sein, oder es muss

$$\frac{L}{D} = \frac{L'}{D'} \dots \dots \dots 4)$$

sein, wenn diese Maschine per Schub  $L'$  Meter-Kilogramm leistet und dazu  $D'$  Kilogramm Dampf verbraucht.

Die Gleichung 4) ist aber nur dann zutreffend, wenn die verglichenen Maschinen mit Rücksicht auf ihre Grösse von einander nicht viel verschieden sind und wenn die Art und Weise der Dampfausnützung eine und dieselbe ist, das ist wenn die Anfangsspannungen  $p_0$  und die Endspannungen  $p_i$  in beiden Fällen gleich gross sind.

Die in der Gleichung 4) ausgesprochene Bedingung ist gleichbedeutend mit

$$L = L' \dots \dots \dots 5)$$

und gleichzeitig

$$D = D' \dots \dots \dots 6).$$

Für die Leistungen  $L$  und  $L'$  kann man schreiben:

$$L = F \cdot p_i \cdot v \dots \dots \dots 7),$$

$$L' = F' \cdot p'_i \cdot v' \dots \dots \dots 8),$$

wenn  $F$  und  $F'$  die Kolbenflächen in Quadrat-Centimetern,  $p_i$  und  $p'_i$  die mittleren indicirten Spannungen in Kilogrammen und  $v$  und  $v'$  die Kolbengeschwindigkeiten in Metern per Secunde bedeuten.

Sind die beiden Kolbenhübe  $s$  und  $s_i$  einander gleich, und setzen wir in der Gleichung 7) und 8)  $v = v'$ , so dass die Umdrehungszahl der beiden Maschinen in beiden

Fällen gleich gross ist, so ist mit Benützung der Gleichung 5)

$$\frac{F}{F'} = \frac{p_i}{p'_i}.$$

Für die mittleren indicirten Spannungen kann man schreiben:

$$p_i = p_0 \cdot \left[ \varepsilon + \frac{\varepsilon}{\mu - 1} \cdot (1 - \varepsilon^{\mu-1}) \right] - p_i \dots 9),$$

$$p'_i = p_0 \cdot \left\{ \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{\mu - 1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{1 + \sigma} \right)^{\mu-1} \right] \right\} - \left\{ 1 - \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_1 + \sigma}{k - 1} \cdot \left[ \left( \frac{\varepsilon_1 + \sigma}{\sigma} \right)^{k-1} - 1 \right] \right\} \dots 10),$$

wo bedeutet:

$p_0$  die Admissions-Spannung in Kilogrammen per Quadrat-Centimeter,

$\varepsilon$  und  $\varepsilon_0$  die Füllungen des Cylinders,

$\varepsilon_1$  den Grad der Compression,

$\sigma$  den schädlichen Raum,

$k$  den Werth der Tabelle I, und

$$\mu = \frac{10}{9} \text{ (nach Rankine).}$$

Weil die Admissions-Spannungen  $p_0$  und die Endspannungen  $p_i$  in beiden Fällen der Expansion gleich gross sind, so muss auch

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{1 + \sigma}$$

sein, und die Gleichung 9) lässt sich schreiben

$$p_i = \frac{p_0}{1 + \sigma} \cdot \left\{ \sigma + \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{\mu - 1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{1 + \sigma} \right)^{\mu-1} \right] \right\} - p_i$$

oder auch, wenn wir den Werth

$$\varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{\mu - 1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{1 + \sigma} \right)^{\mu-1} \right] = f$$

setzen,

$$p_i = p_0 \cdot \frac{f + \sigma}{1 + \sigma} - p_i \dots \dots \dots 9a).$$

Die Gleichung 10) lässt sich dann, wenn noch gesetzt wird

$$1 - \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_1 + \sigma}{k - 1} \cdot \left[ \left( \frac{\varepsilon_1 + \sigma}{\sigma} \right)^{k-1} - 1 \right] = f_1,$$

conform mit der Gleichung 9a) schreiben,

$$p'_i = p_0 \cdot f - p_i \cdot f_1 \dots \dots \dots 10a).$$

Dann ist das Verhältniss der Cylinderquerschnitte bei  $v = v'_i$ :

$$\frac{F}{F'} = \frac{\frac{p_0}{p_i} \cdot \frac{f + \sigma}{1 + \sigma} - 1}{\frac{p_0}{p_i} \cdot f - f_1} \dots \dots \dots 11).$$

Bei der Maschine  $B$  wird also der Cylinderquerschnitt  $F'$  desto grösser, je grösser das Glied  $f_1$ , d. i. je grösser die Compression ist, wenn die übrigen Grössen für beide Maschinen gleich gross bleiben.

Wollten wir auch bei vorhandener Compression bei beiden Maschinen gleiche Querschnitte  $F = F'$  erhalten, so würden wir dafür aus der Gleichung 7) und 8) die Bedingung

$$\frac{v'}{v} = \frac{\frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{f + \sigma}{1 + \sigma} - 1}{\frac{p_0}{p_1} \cdot f - f_1} \dots \dots \dots 12)$$

erhalten.

Soll also die Gleichung 4) ihre Geltung haben, so liegt ihr entweder die Gleichung 11) oder die Gleichung 12) als Bedingung zu Grunde.

Drücken wir den Dampfverlust per Schub durch eine ideelle Mehrfüllung des Cylinders mit frischem Dampf  $\zeta$  aus, so kann man den Dampfverbrauch in der Gleichung 6) schreiben:

$$D = (\varepsilon + \zeta) \cdot \gamma_0 \cdot F \cdot s$$

$$\text{und } D' = [(\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) \cdot \gamma_0 - (\varepsilon_1 + \sigma) \cdot \gamma_1] \cdot F' \cdot s \dots \dots 13).$$

Der Dampfverlust  $\zeta_0$  bei einer Maschine mit schädlichem Raum ist wegen der grösseren Abkühlungsfläche grösser als  $\zeta$  bei einer Maschine ohne schädlichen Raum; man kann also schreiben:

$$\zeta_0 = (1 + \beta) \cdot \zeta.$$

Weil der Coëfficient  $\beta$  mit  $\sigma$  wächst, und für  $\sigma = 0$  auch  $\beta = 0$  wird, so kann man mit einer (wenigstens für die Praxis) hinreichenden Genauigkeit  $\beta = \sigma$  setzen und schreiben:

$$\zeta = \frac{\zeta_0}{(1 + \sigma)} \dots \dots \dots 14).$$

Mit Benützung dieses Werthes und jenes für

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 + \sigma}{1 + \sigma}$$

kann man durch Gleichsetzen  $D = D'$  das Verhältniss der Cylinderquerschnitte auch ausdrücken:

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{\gamma_0}{\gamma_1} \cdot \frac{\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0}{1 + \sigma}}{\frac{\gamma_0}{\gamma_1} \cdot (\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) - (\varepsilon_1 + \sigma)} \dots \dots 15).$$

Verbinden wir nun die rechten Seiten der Gleichungen 11) und 15) zu einer neuen Gleichung, so erhalten wir nach einigen leicht zu verfolgenden Reductionen:

$$\varepsilon_1 = \sigma \cdot \frac{\frac{\gamma_0}{\gamma_1} \cdot (\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\sigma}\right)^k + (k-1) \cdot \frac{p_0}{p_1} - k}{\frac{\gamma_0}{\gamma_1} \cdot (\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) + (k-1) \cdot \left[\frac{p_0}{p_1} \cdot (f + \sigma) - (1 + \sigma)\right]} \dots \dots 16),$$

oder kurz

$$\varepsilon_1 = \alpha \cdot \sigma \dots \dots \dots$$

welche Gleichung durch eine probeweise Substitution des Verhältnisses  $\left(\frac{\varepsilon_1}{\sigma}\right)$  im Zähler zu lösen ist.

Diese Gleichung ist aus der Bedingung abgeleitet, dass die Dampfzylinder verschiedene Querschnitte  $F' > F$ , und die Kolben gleiche Geschwindigkeiten  $v' = v$  und gleiche Hübe  $s_1 = s$  haben.

Bei Maschinen von gleichen Querschnitten  $F' = F$  und Hüben  $s_1 = s$ , aber von ungleichen Geschwindigkeiten  $v' > v$  bestimmt sich der Compressionsgrad, gleiche Leistung per Secunde vorausgesetzt, aus dem Dampfverbrauche per Schub.

Ist dieser Dampfverbrauch bei der Maschine  $A : D_x$  Kilogramm und bei der Maschine  $B : D'_x$  Kilogramm, so muss die letztere im Verhältnisse  $\left(\frac{v'}{v}\right)$  mehr Schübe machen, um dieselbe Leistung per Secunde zu erzielen; sie wird also hiezu per Schub im Verhältnisse  $\left(\frac{v}{v'}\right)$  weniger Dampf brauchen.

Es muss also die Gleichung

$$D'_x = \frac{v}{v'} \cdot D_x$$

ihre Geltung haben, was sich nach Gleichung 12) und 13) auch schreiben lässt

$$\left(\frac{D}{D'}\right)_x = \frac{v'}{v} = \frac{(\varepsilon + \zeta) \cdot \gamma_0}{(\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) \cdot \gamma_0 - (\varepsilon_1 + \sigma) \cdot \gamma_1}.$$

Dieser Dampfverbrauch  $\left(\frac{D}{D'}\right)_x$  stimmt also mit jenem der Gleichung 13) überein. Daraus folgt, dass der Compressionsgrad, wie er durch die Gleichung 16) ausgedrückt ist, gleich gross bleibt, mag der Dampf in gleich oder ungleich grossen Cylindern ausgenützt werden, wenn nur die Gleichungen 11) oder 12) ihre Geltung behalten.

Der Compressionsgrad  $\varepsilon_1$  nach Gleichung 16) wächst

1. mit dem schädlichen Raume  $\sigma$ ,
2. mit der Admissions-Spannung  $p_0$ ,
3. mit dem Dampfverluste  $\zeta$  und
4. mit dem Exponenten  $k$ .

Weiter ist dieser Compressionsgrad bei Condensations-Maschinen grösser als bei denen ohne Condensation, weil dort das Verhältniss  $\frac{p_0}{p_1}$  grösser ist. Bei grösseren Füllungen ist  $\varepsilon_1$  kleiner als bei schwachen Füllungen, weil dort  $f_1$  mit der Füllung wächst.

Die Gleichungen 4), 11), 12) und 16) geben über den Gegenstand eine vollständige Aufklärung.

Wird nämlich bei der Dampfmaschine  $B$  die Compression so weit getrieben, wie dies die Gleichung 16) angibt, so wird der Einfluss des schädlichen Raumes ganz behoben. Hierbei muss aber, um dieselbe Leistung per Schub wie bei der Maschine  $A$  zu erhalten, die Kolbengeschwindigkeit  $v'$  im Verhältnisse der Gleichung 12) vergrössert werden. Der Cylinderquerschnitt bleibt in beiden Fällen derselbe. Für gleiche Kolbengeschwindigkeiten  $v' = v$  muss der Kolbenquerschnitt  $F'$  nach Gleichung 11) grösser gemacht werden.

Weil aber für grössere Kolbenflächen bei einer und derselben Admissions-Spannung die Maschine stärker, also auch theurer gebaut werden muss, so läuft man dabei wieder die Gefahr, den Nutzen, den man durch Compression erzielt hatte, durch die höheren Anschaffungskosten wieder einzubüssen. Deshalb ist es vortheilhafter, die Querschnitte in beiden Fällen gleich gross zu behalten und die Maschine rascher laufen zu lassen.

Läuft aber eine Maschine schneller als eine andere von gleicher Leistung, so müssen wieder nicht nur die Gleitflächen grösser, sondern es muss die ganze Maschine solider gebaut werden. Dies erhöht ebenfalls die Anschaffungskosten.

Diese Kostenerhöhung macht sich aber erst bei grossen Unterschieden in der Geschwindigkeit bemerkbar. Für Verhältnisse, wie dieselben durch die Gleichung 12) bedingt sind, kann man die Anschaffungskosten in beiden Fällen als gleich gross annehmen; und dies desto eher, weil der etwaige Kostenunterschied durch das leichtere Schwungrad, das beim schnelleren Gange für denselben Gleichförmigkeitsgrad zulässig ist, paralysirt wird. Dasselbe betrifft die Dauerhaftigkeit der Maschine, den Bedarf an Reparaturen, Schmiermitteln u. s. w.

Die Anwendung einer höheren Kolbengeschwindigkeit begünstigt noch ausserdem einen ruhigen, sanften Gang der Maschine, weil die Rückwirkung des comprimierten Dampfes auf den Kurbelzapfen respective auf das Schwungrad durch die Dampfspannung hinter dem Kolben und die Massenwirkung im todten Punkte schon bei dieser Geschwindigkeit  $v'$  nahe oder ganz behoben werden kann.

II. Um die grösstmögliche Arbeit einer bestimmten Dampfmenge per Schub zu ermitteln, oder die beste Oekonomie der Dampfmaschine zu erzielen, bestimmt man das Maximum des Verhältnisses  $\frac{p_1}{D}$  oder des Verhältnisses

$$\frac{p_0 f - p_1 f_1}{\gamma_0 (\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) - \gamma_1 (\varepsilon_1 + \sigma)} = \max = \frac{p_1}{D} \quad . 17),$$

wo die einzelnen Bezeichnungen ihre frühere Bedeutung behalten.

Betrachtet man hier  $\varepsilon_0$  als eine Füllung, welche diesem Maximum bereits entspricht, so ist in dem obigen Verhältnisse nur  $\varepsilon_1$  veränderlich, weil die übrigen Grössen constant sind.

Differencirt man das Verhältniss nach  $\varepsilon_1$ , um das Maximum desselben zu finden, und setzt man den ersten Differential-Quotienten = 0, so findet man nach einigen leicht zu verfolgenden Reductionen

$$\varepsilon_1 = \frac{(1 + \sigma) - \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \cdot (\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) - \frac{p_0}{p_1} \cdot f}{\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\sigma}\right)^{k-1}} + \left. \begin{aligned} &+ \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \cdot (\varepsilon_0 + \sigma + \zeta_0) - \sigma \end{aligned} \right\} \quad . 18)$$

als den günstigsten Compressionsgrad einer Dampfmaschine.

Diese Gleichung lässt sich gleich der Gleichung 16) nur probeweise durch successive Substitutionen der Werthe  $\left(\frac{\varepsilon_1}{\sigma}\right)$  im Nenner lösen und liefert höhere Compressionsgrade als Gleichung 16). Auch hier ist die Abhängigkeit des Compressionsgrades von dem schädlichen Raume, von der Füllung, von dem Dampfverluste und der Spannung des Vorder- und Hinterdampfes klar ersichtlich.

Für  $\sigma = 0$  wird

$$\varepsilon_1 = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \cdot (\varepsilon_0 + \zeta_0),$$

welches Ergebniss sagt, dass eine Dampfmaschine ohne schädlichen Raum und mit Maximum der Oekonomie zwei unvereinbare Bedingungen sind, oder dass eine Maschine,

von der ein bestimmter Oekonomiegrad verlangt wird, einen ganz bestimmt grossen schädlichen Raum und einen bestimmten Compressionsgrad haben muss. Hiedurch verliert der schädliche Raum seinen, die Oekonomie beeinträchtigenden Charakter und wird zum nützlichen Raume.

Behält der schädliche Raum seine Grösse  $\sigma$  und wird bei der Dampfmaschine keine Compression angewandt, wird also  $\varepsilon_1 = 0$ , so liefert die Gleichung 18) als Bedingung für das Maximum der Oekonomie das Verhältniss

$$\frac{p_1}{p_0} = f,$$

welche Bedingung, in das Verhältniss Gleichung 17) eingesetzt, dieses Verhältniss gleich Null macht und hiedurch sagt, dass eine Maschine ohne Compression und mit schädlichem Raume das Minimum der Oekonomie erreicht hatte, wobei wohl derselbe Betriebs- und Gesundheitszustand der Maschine vorausgesetzt wird.

Es braucht nicht besonders dargelegt zu werden, dass sich die Function Gleichung 18), wie eine jede andere Function in der Nähe ihres Maximums nur wenig ändert, und dass Maschinen mit ein wenig grösserem oder kleinerem Compressionsgrade als ihn die Gleichung 18) angibt, nur ganz unbedeutend an Oekonomie verlieren.

Wenn auch nun die Behauptung erlaubt wäre, dass die Compression unter den oben dargelegten Umständen stets nutzbringend, und dass nie das Princip der Compression, sondern stets ein schlechter Zustand der Maschine oder jener des Betriebes (nasser Dampf) schädlich ist, so kommt noch eine Frage zu erörtern, nämlich die, ob es billiger ist, den schädlichen Raum mit frischem Kesseldampfe oder mit comprimiertem Dampfe, der mit Hilfe einer theueren Maschine unter Mitwirkung des frischen Kesseldampfes erzeugt wird, zu füllen.

In dem ersten Augenblicke scheint der Kesseldampf der billigere zu sein; nach genauer Rechnung stellt sich aber der comprimirte Dampf als solcher heraus.

Betragen nämlich bei einer Kesselanlage die Zinsen und die Amortisations-Kosten des Anlagecapitals  $\eta$  K Gulden per Jahr, die Kesselwartung  $H$  Gulden und kostet das Brennmaterial  $B$  Gulden per Jahr, so kostet, wenn man  $D_0$  Kilogramm Dampf per Jahr producirt, 1<sup>kg</sup> Dampf

$$x = \frac{\eta K + H + B}{D_0} \text{ Gulden} \quad . . . . . 19).$$

Verbraucht eine Dampfmaschine  $D_1$  Kilogramm Kesseldampf per Pferd und Stunde, so kostet diese Arbeit  $x D_1$  Gulden; das ist auch der Preis des frischen Kesseldampfes per Kraft- und Zeiteinheit.

Producirt man den zum Ausfüllen des schädlichen Raumes nöthigen Dampf durch die Compression, so ist zwar der Auspuffdampf kostenfrei, aber die Compression selbst verursacht einen Widerstand, der durch den frischen Dampf überwunden werden muss, was ebenfalls Kosten verursacht.

Sind die Zinsen und die Amortisations-Kosten bei der Dampfmaschine  $\eta M$ , die der Wartung  $W$  und der Reparatur  $R$  Gulden per Jahr und kostet der Dampf per Pferdestärke und Stunde  $x D_1$  Gulden, so kostet eine Pferdestärke

des arbeitenden Dampfes mit Rücksicht auf die Kosten der maschinellen Einrichtung

$$\zeta_1 = \frac{\gamma M + W + R}{s \cdot T \cdot N_u} + x D_1,$$

wenn die Maschine  $T$  Tage per Jahr,  $s$  Stunden per Tag arbeit, und dabei  $N_u$  Pferdestärken entwickelt.

Wird bei derselben Maschine Compression angewandt, so ändert sich mit dem schnelleren Gange derselben nur der Werth  $R$  und  $D_1$  in  $R_c$  und  $D_2$ , so dass hier eine Pferdestärke kostet:

$$\zeta_2 = \frac{\gamma M + W + R_c}{s \cdot T \cdot N_u} + x D_2.$$

Durch die Compression gewinnt man  $D_3$  Kilogramm Dampf per jede Pferdestärke und Stunde mit einem Kostenaufwande von

$$\zeta_2 - \zeta_1 = \frac{R_c - R}{s \cdot T \cdot N_u} + x (D_2 - D_1).$$

Nun aber muss die Maschine nur im Verhältnisse Gleichung 12) schneller laufen, um dieselbe Leistung zu entwickeln, welche Geschwindigkeit so mässig ist, dass man ohne irgend einen Fehler  $R_c = R_0$  setzen kann; in Folge dessen wird

$$\zeta_2 - \zeta_1 = x (D_2 - D_1) = y D_3,$$

und 1<sup>kg</sup> comprimierten Dampfes wird kosten

$$y = x \cdot \left( \frac{D_2 - D_1}{D_3} \right) \dots \dots \dots 20).$$

Der comprimerte Dampf wird dann billiger als der frische Kesseldampf sein, wenn  $(D_2 - D_1) < D_3$  sein wird, das heisst, wenn die zur Compression angewandte Dampfmenge kleiner sein wird als die durch die Compression gewonnene. Indem nun die Dampfmenge und die Dampfarbeit proportionale Grössen sind, und oben gezeigt wurde, dass die durch die Compression gewonnene Arbeit grösser als die dazu angewandte Arbeit ist, so folgt daraus, dass  $y < x$  ist, das ist, dass der comprimerte Dampf billiger ist als der frische Kesseldampf.

Bei den meisten Dampfmaschinen wird die Compression aus dem Grunde vermieden, um einen möglichst „weichen Gang“ der Maschine zu erhalten. Dieser Bedingung wird selbst die Oekonomie der Maschine geopfert. So findet man bei diesen nicht nur keine Compression, sondern auch keine fehlerfreie Dampfvertheilung überhaupt. Indicator-Diagramme der meisten Dampfmaschinen mit einem „weichen Gang“ weisen namentlich eine verspätete Voröffnung beim Eintritt und eine noch bedeutendere beim Austritt des Dampfes, eine schwierige, mit einem hohen Gegendrucke verbundene Ausströmung des Dampfes, ein mangelhaftes Vacuum u. s. w. auf\*).

Wenn also die grössten Verstösse gegen die ökonomische Dampfvertheilung geduldet, ja manche mit Rücksicht auf einen „weichen Gang“ der Maschine absichtlich herbeigeführt werden, dann kann man freilich keinen Sinn für den nützlichen Einfluss der Compression auf die Oekonomie

\*) Siehe Ingenieur A. Vávra, „Belege über den Nutzen des Indicirens bei den Dampfmaschinen“. „Mittheilungen des Architekten- und Ingenieur-Vereines in Böhmen“, I. und II. Heft 1879.

der Dampfmaschinen erwarten. Wo es sich aber um eine vollkommene Ausnützung der Dampfkraft, und zwar durch die einfachsten Mittel handelt, da kann die Compression überall so weit gehen, bis die Endspannung des comprimierten Dampfes im schädlichen Raume dem wirksamen Drucke auf den Kurbelzapfen gleich ist. In diesem Momente befindet sich der Kolben am Hubwechsel. Und da der Kurbelzapfen völlig entlastet ist, und der Dampf nur allmähig einströmt, so geschieht der Anhub so sanft, wie ohne Compression. Diagramm 2. Die Dampfmaschine hat einen ganz „weichen Gang“. Dabei wird die lebendige Kraft der hin- und hergehenden Massen, indem sie zur Compression des Dampfes verwendet wird, nutzbar gemacht, und nicht wie bei Dampfmaschinen ohne Compression durch Zapfenreibung verloren. Dass auch die hin- und hergehenden Maschinentheile geschont werden, braucht nicht besonders begründet zu werden.

III. Bedeutet:

$q$  das Gewicht der hin- und hergehenden Massen des Kolbens, des Kreuzkopfes, der Kolben- und Pleuelstange in Kilogramm;

$r$  den Halbmesser des Warzenkreises in Metern,

$c$  die constante Geschwindigkeit in diesem Kreise, und

$g$  die Acceleration der Schwere, ebenfalls in Metern, so ist bekanntlich die Fliehkraft dieser Massen:

$$P = \frac{q \cdot c^2}{g \cdot r} \cdot \left( \cos w \pm \frac{r}{L} \cos 2 w \right)$$

und der dem Dampfdrucke äquivalente, auf 1<sup>cm</sup> der Kolbenfläche  $F$  wirkende Massendruck in Kilogramm:

$$p = \frac{q \cdot c^2}{F \cdot g \cdot r} \left( \cos w \pm \frac{r}{L} \cdot \cos 2 w \right),$$

wenn  $w$  den Winkel, welchen die jedesmalige Kurbelposition mit jener im innern todten Punkte (gemessen in der Umdrehungsrichtung) bildet, und  $L$  die Länge der Pleuelstange bedeutet. Das positive Zeichen gilt für den Hingang, das negative Zeichen für den Hergang des Kolbens\*).

Da bei den meisten stabilen Dampfmaschinen  $\frac{r}{L} = \frac{1}{3}$ ,

und bei den Condensations-Maschinen  $q = \frac{1}{3}$ , bei Maschinen ohne Condensation  $q = \frac{1}{4}$  Kilogramm per 1<sup>cm</sup> der Kolbenfläche ist, so kann man für den äusseren todten Punkt, wo  $w = 180^\circ$  ist, schreiben:

Für Maschinen ohne Condensation

$$p_1 = \frac{1}{4500} \cdot r n^2$$

für jene mit Condensation

$$p_1 = \frac{1}{3400} \cdot r n^2$$

..... 21).

Für den inneren todten Punkt beträgt die Massenwirkung bei den ersteren:

$$p_2 = \frac{1}{3000} \cdot r n^2$$

bei den letzteren

$$p_2 = \frac{1}{2300} \cdot r n^2$$

..... 22)

\*) Joh. Fried. Rädinger, „Ueber Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit“. „Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines“ 1869.

Kilogramm per Quadrat-Centimeter Kolbenfläche, wenn  $n$  die Anzahl Umdrehungen per Minute bedeutet.

Die Endspannung im Compressions-Raume ist dann:

$p_2 = p' + p_1 - r$ , respective  $= p' + p_2 - r$  . 23), wenn  $p'$  die Endspannung hinter dem Kolben und  $r$  den Reibungswiderstand der Maschine bedeutet\*). Dieser letztere ist aus dem Grunde in Abzug gebracht, damit die Maschine während der Compression nicht vom Schwungrade getrieben werden muss.

Diese Compressionsgrade sind sehr mässig und unter den oben angeführten Verhältnissen überall zulässig; nur muss die Endspannung  $p'$  dem Schieber-Diagramme und nicht dem Kolben-Diagramme, wo sie wegen Voröffnung beim Austritt nicht mit Sicherheit bestimmt werden kann, entnommen werden.

Der Compressionsgrad ist dann:

$$\epsilon_1 = \left[ \left( \frac{p_2}{p'} \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right] . \sigma \dots \dots \dots 24).$$

Auch hier zeigt es sich, dass der Compressionsgrad bei den Condensations-Maschinen grösser sein muss als bei denen ohne Condensation.

Wird die Compression weiter als nach der Gleichung 24) getrieben, so wird die Maschine von dem Moment an, wo die Compressions-Spannung anfängt grösser als die Kraft  $p_1$  respective  $p_2$  nach Gleichung 21) und 22) zu werden, vom Schwungrade getrieben. In jenem Momente wird der Zug in der Pleuelstange rasch durch den Druck ersetzt, was einen Schlag verursacht.

Schliesslich sei noch erwähnt, dass sich die schädliche Einwirkung des schädlichen Raumes auf den Dampfverbrauch bei Maschinen ohne Condensation auch durch das Vorwärmen des Speisewassers mittelst Auspuffdampf mildern lässt.

Zur Erklärung dieses Vorganges wählen wir eine Dampfmaschine, die per Stunde  $D$  Kilogramm Dampf oder  $W = D \cdot \lambda$  Wärme-Einheiten braucht, wo  $\lambda$  die gesammte im Dampfe enthaltene Wärme, die für Dämpfe von  $t^\circ$  C. Temperatur nach Regnault bekanntlich  $\lambda = 606.5 + 0.305 t^\circ$  Calorien beträgt, bedeutet.

Der Verlust, den der schädliche Raum verursacht, sei  $x \cdot D$  Kilogramm Dampf oder  $w = x D \lambda$  Wärme-Einheiten per Stunde. Diese Wärmemenge soll durch das Vorwärmen des Speisewassers der Maschine wieder ersetzt werden.

Speist man den Kessel mit Wasser von  $t^\circ$  C., so führt man demselben eine Wärmemenge  $w' = D q$  zu, wo  $q = t + 0.00002 t^2 + 0.0000003 t^3$  ist und die Flüssigkeitswärme des Speisewassers bedeutet. Erhöht man diese Temperatur auf  $t_1^\circ$  C., so gewinnt man durch diese Erhöhung eine Wärmemenge  $w'' = D (q_1 - q)$ , die dem obigen Ver-

\*) A. Vávra, „Ueber den todtten Widerstand bei Dampfmaschinen“. „Der praktische Maschinen-Constructeur“, Jahrgang 1878, Heft 24.

luste gleichgesetzt gibt  $q_1 - q = x \cdot \lambda$ ; oder annähernd  $t_1 - t = x \lambda$ . Diese letztere Gleichung sagt, wie hoch man das Speisewasser zu erwärmen hat, um den Verlust  $x$  ganz zu beseitigen.

Die Temperatur  $t$  kann im günstigsten Falle  $100^\circ$  C. betragen; es lässt sich also durch das Vorwärmen höchstens ein Verlust an Wärme, respective Dampf

$$x = \frac{100.5}{\lambda}$$

ersetzen.

Diese Gleichung zeigt wohl, dass der Nutzen des Vorwärmens mit der steigenden Spannung abnimmt. Für den mittleren Werth  $\lambda = 650$  beträgt  $x = 0.15$ , d. i. man kann durch das Vorwärmen höchstens 15% an Dampf ersparen.

Da aber das Speisewasser mit Rücksicht auf Schonung des Kessels auf circa  $40^\circ$  C. vorgewärmt wird, wodurch dem Kessel circa  $6\frac{1}{3}\%$  Wärme zurückersetzt werden, so wird durch das weitere Vorwärmen bis auf  $100^\circ$  C. nur  $15 - 6\frac{1}{3} = 8\frac{2}{3}\%$  der verbrauchten Wärme erspart.

Weil aber diese letztere Ersparniss nicht nur von einer guten Speisepumpe, sondern auch vom guten Willen des Kesselwärters mit abhängt, und das Speisewasser in den meisten Fällen bis nur auf  $70^\circ$  C. erwärmt wird, so erreicht diese letztere Ersparniss statt  $8\frac{2}{3}\%$  nur  $4\frac{2}{3}\%$ .

Mann kann also durch das Vorwärmen des Speisewassers durchschnittlich 10% und im günstigsten Falle 15% an Wärme gewinnen.

Die zum Vorwärmen benötigte Dampfmenge, deren Gesamtwärme  $\lambda_1$  ist, beträgt  $\alpha \cdot (\lambda_1 - q_1) D$  Wärme-Einheiten, oder es wird durch Gleichsetzen mit  $(q_1 - q) D$

$$\alpha = \frac{q_1 - q}{\lambda_1 - q_1};$$

was für  $q = 0$ ,  $q_1 = 100.5$ ,  $\lambda_1 = 637$  rund  $\alpha = \frac{1}{11}$  ergibt. Im ungünstigsten Falle wird also nur die in dem fünften Theile des Auspuffdampfes enthaltene Wärme nutzbar gemacht.

Es zeigt sich also hier, dass das Vorwärmen nicht in allen Fällen den Einfluss des schädlichen Raumes behebt, und dass auch hier die Compression am Platze ist.

## Eingesendet.

Hochgeehrte Redaction!

Ueber das an die Redaction gestellte Ersuchen des Herrn Sections-Ingenieurs Ritter v. Wenusch, die Personalfrage hinsichtlich der Bauleitung des Tunnels bei Bischofshofen richtig stellen zu wollen, erlaube ich mir mitzutheilen, dass der Bau des genannten Tunnels von Seite der Bau-Unternehmung während der von mir getübten Controle von Sections-Ingenieur F. Passini geleitet worden ist.

Die Ausarbeitung des Detail-Projectes, sowie die Leitung des Baues vor dieser Periode hatte Sections-Ingenieur J. Ritter v. Wenusch über sich, welcher Letzterer im Juni 1874 als Sections-Ingenieur zum Baue der Rakonitz-Protiviner Bahn berufen wurde.

Steyr, 6. December 1879.

Hochachtungsvoll

C. J. Wagner.



Fig. 1.

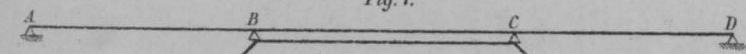


Fig. 2.

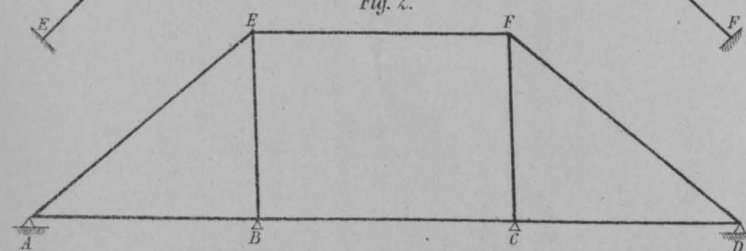


Fig. 3.

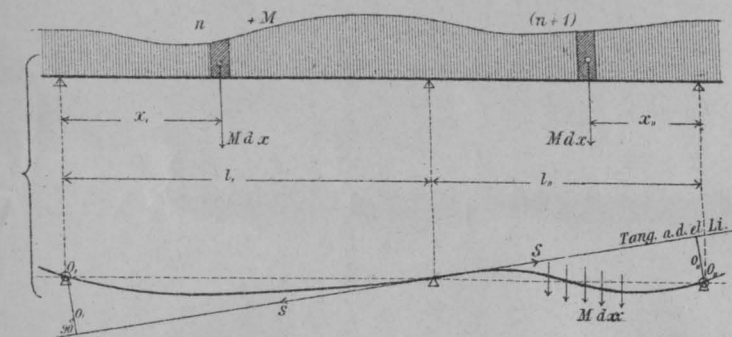


Fig. 4.

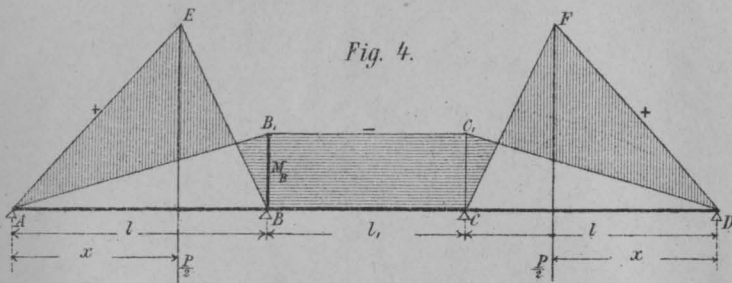


Fig. 5.

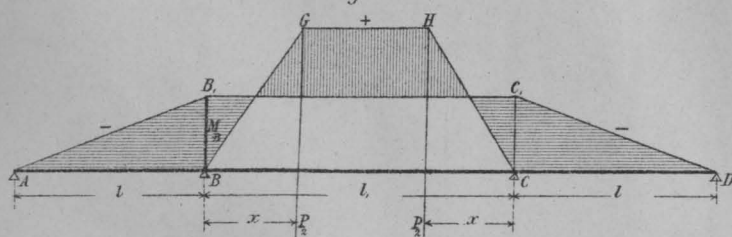


Fig. 6.

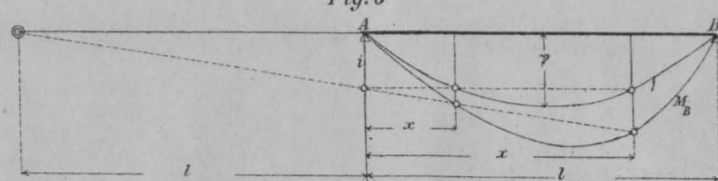


Fig. 7.

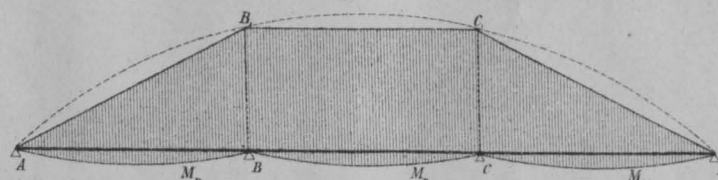


Fig. 8.

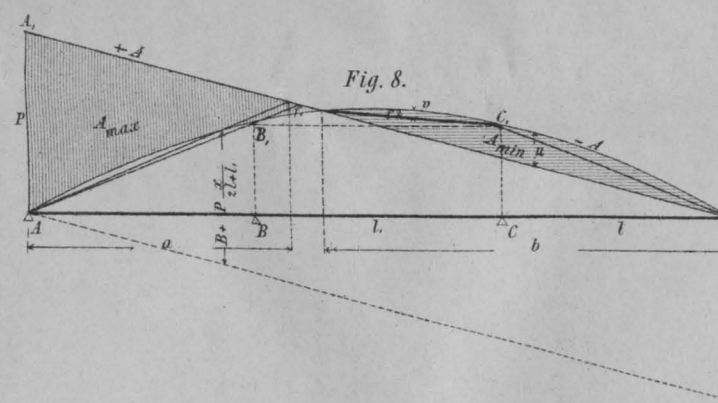


Fig. 9.

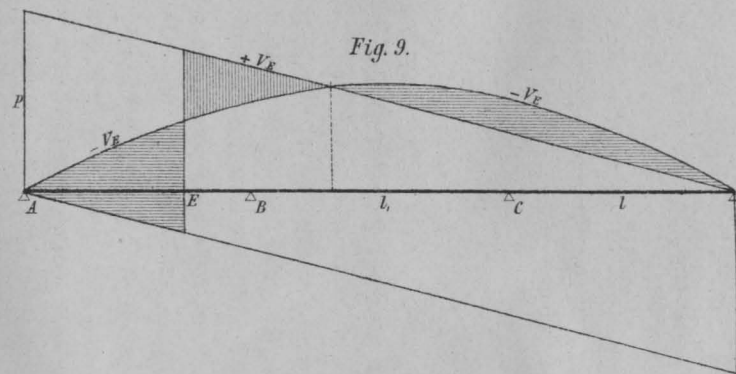


Fig. 10.

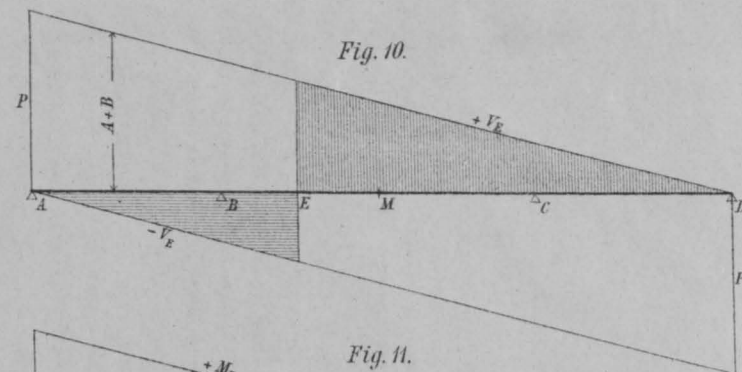


Fig. 11.

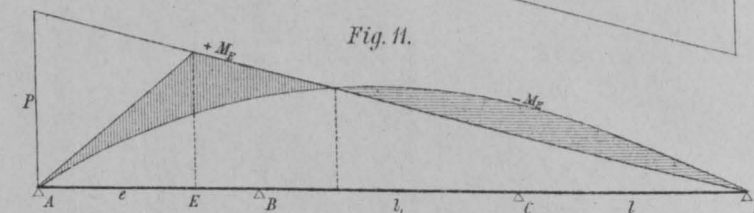


Fig. 12.

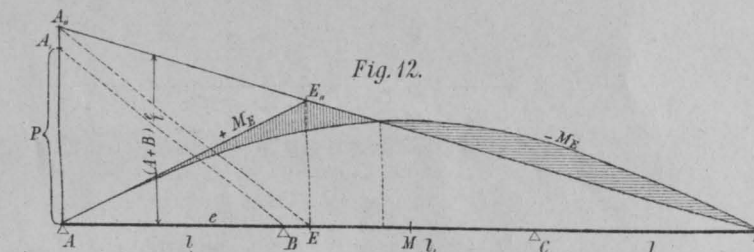


Fig. 13.

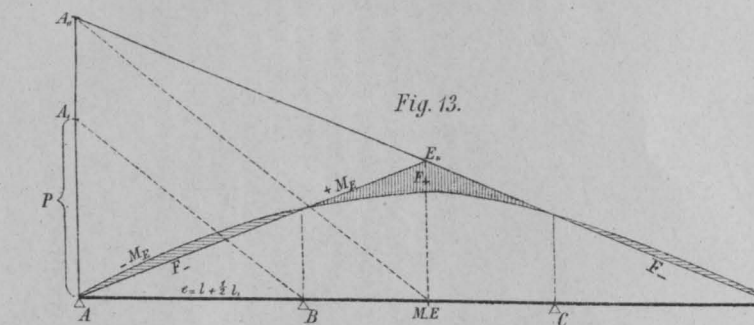


Fig. 14.

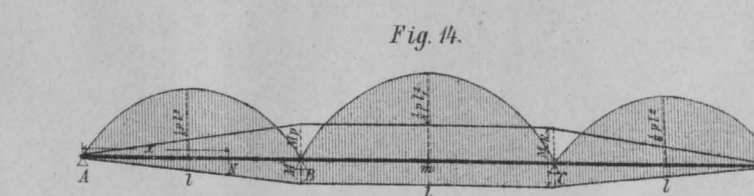


Fig. 1.

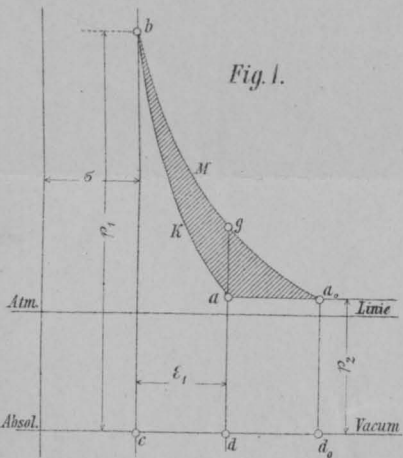


Fig. 2.

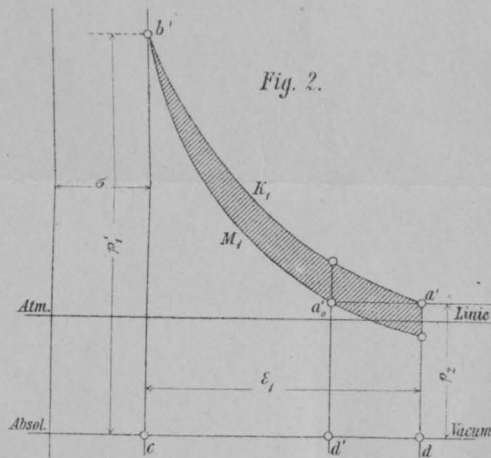


Fig. 3.

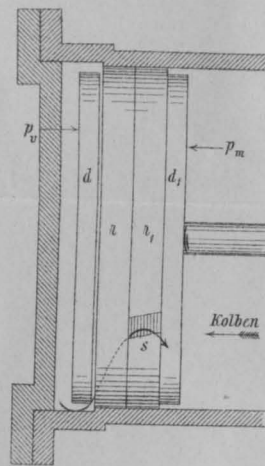
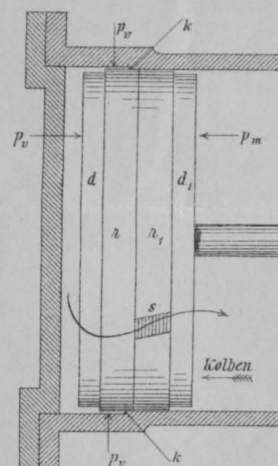
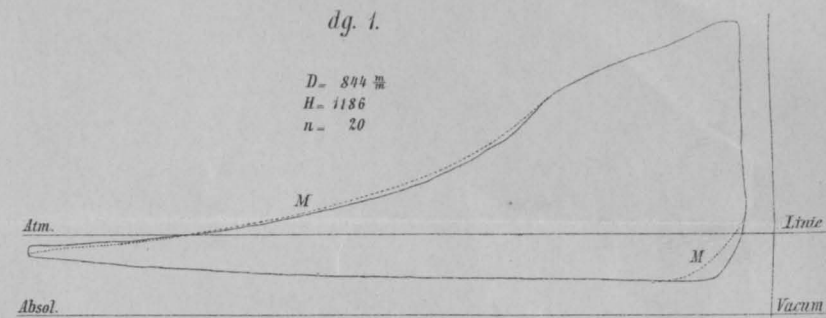


Fig. 4.



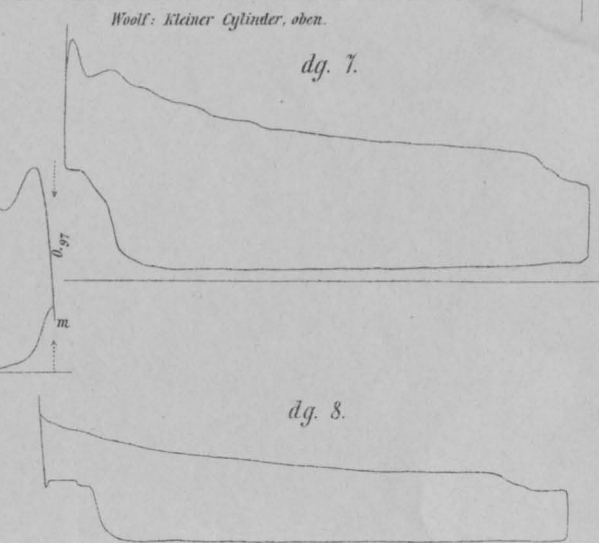
dg. 1.



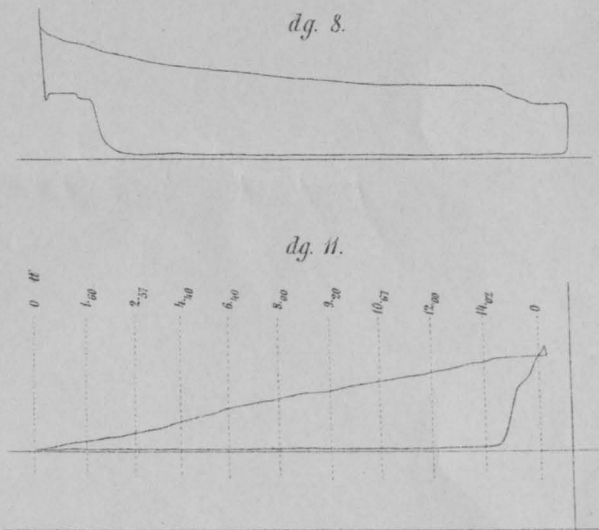
$D = 894 \frac{m}{m}$   
 $H = 1186 \frac{m}{m}$   
 $n = 20$

Woolf: Kleiner Cylinder, oben.

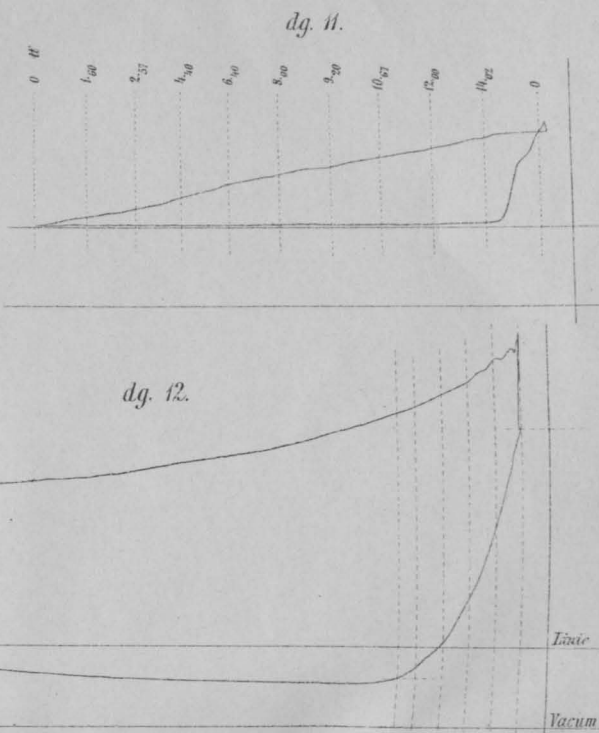
dg. 7.



dg. 8.



dg. 11.

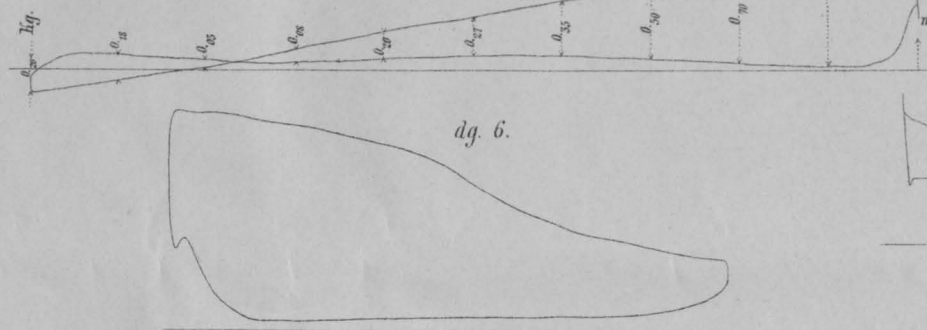


dg. 12.

Woolf: Kleiner Cylinder, rückwärts.

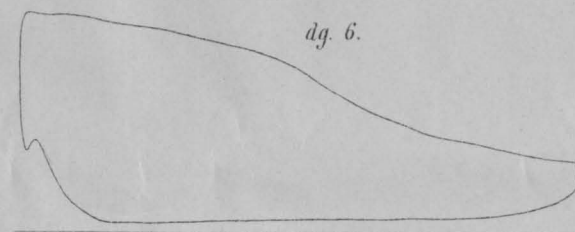
dg. 2.

$v = 1.815 \text{ Mt.}$   
 $c = 2.850 \text{ Mt.}$   
 $q_0 = 0.833 \text{ kg.}$   
 $q_{60} = 0.416 \text{ "}$   
 $q_{90} = 0.16 \text{ "}$   
 $q_{120} = -0.416 \text{ "}$   
 $q_{180} = -0.559 \text{ "}$   
 $p_1 = 11.107 \frac{kg}{cm^2} = 0.9283 \text{ kg}$   
 $p_2 = 11.819 \frac{kg}{cm^2} = 0.9339 \text{ kg}$   
 $F_c = 630.76 \text{ cm}$   
 $\varepsilon = 634 \text{ "}$   
 $K = 0.569$

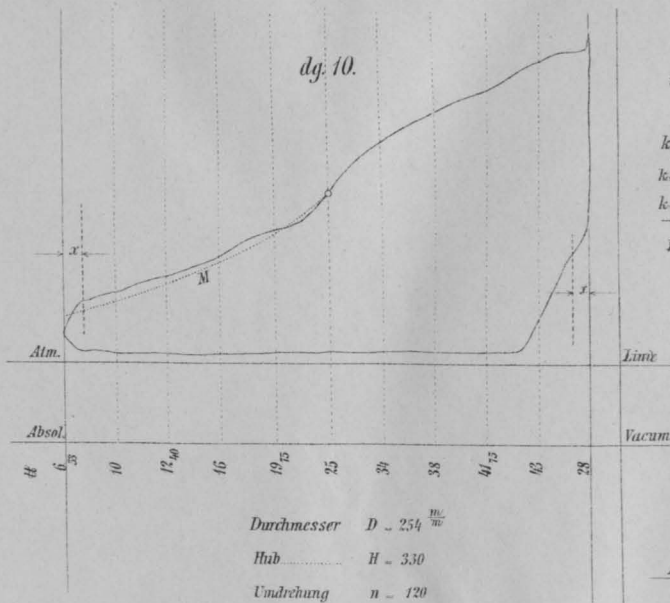


dg. 5.

dg. 6.



dg. 10.



Durchmesser  $D = 254 \frac{m}{m}$   
Hub  $H = 330$   
Umdrehung  $n = 120$

Nº 2096  
10 HP 1 sp. lok.

$k_{11} = 0.1626$   
 $k_{12} = 0.6676$   
 $k_{13} = 0.8902$   
 $k = 0.7401$

Kesselspannung:

dg. 9.

$D = 250 \frac{m}{m}$   
 $H = 550 \frac{m}{m}$   
 $n = 99$   
 $\varepsilon_0 = 4/10$

